

LA DIVINE PROPORTION

...La vache dite ferrandaise, blanche mais tachée d'îlots roux, la corne noire, acceptant les plus pénibles travaux agricoles, avait également des qualités laitières remarquables.

Elle était la source de la célèbre fourme du Forez, dite aussi d'Ambert, de Montbrison, de Pierre-sur-Haute.

Large de treize centimètres, épaisse de vingt et un, ce qui établit exactement la proportion du Nombre d'Or 1,618 découvert par le mathématicien Luca Pacioli et publié dans son traité De divina proportion.

Fromage à pâte persillée qui semble tout pétri de violettes Il faut l'attaquer par le sommet, non par les flancs. De telle sorte qu'il se raccourcisse jusqu'à n'être plus qu'un " cul de fourme " qui est la partie la plus savoureuse...

Extrait du roman de Jean ANGLADE " Un Lit d'Aubépines "

Dans la nature, à cause de l'immense variété des formes on peut avoir l'impression d'une totale anarchie. Cependant un examen plus détaillé de ce qui nous entoure nous fait découvrir qu'au contraire, la Nature a fait preuve d'une très grande économie de moyens, ce n'est que l'infinie variation des combinaisons de quelques éléments de base qui nous donne l'impression de chaos.

En fait tout dans la nature dépend de rythmes et de proportions. Le rythme n'est qu'une application dynamique des proportions. C'est parce que ces rythmes et proportions existent que nous avons le sens du beau.

Depuis que l'Homme sait fabriquer des objets, il a privilégié certains rythmes et proportions dont il observe l'existence autour de lui : ceux basés sur les nombres 2, 3, et 5 . Plus particulièrement 5 parce que ses mains comptent 5 doigts et qu'un homme debout, jambes et bras écartés, s'inscrit *grosso modo* dans une étoile à 5 branches et aussi à cause de la grande quantité des formes naturelles : fleurs, feuilles, animaux qui se rapportent au nombre 5.

C'est de ce nombre que découle un rapport baptisé " *Section Dorée* ", " *Nombre d'or* ", " *Divine proportion* " symbolisé depuis le XIXème siècle par le lettre grecque Φ en hommage au sculpteur et architecte Phidias et dont l'expression mathématique est

$$\Phi = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1,618034....$$

Ce nombre irrationnel présente un certain nombre de particularités mathématiques sur lesquelles nous ne nous étendrons pas. Rappelons cependant que :

$$1 / \Phi = \Phi - 1 = 0,618034$$

De nombreux livres ont été consacrés au " *Nombre d'Or* ", en particulier celui écrit au XVème siècle par le moine Luca Pacioli contemporain de Léonard de Vinci : " *De divina proportion* " .

On trouve des applications de cette " *Divine Proportion* " dans de nombreuses constructions et œuvres d'art depuis les temples égyptiens, jusqu'à nos jours . Depuis le Parthénon dont le plan est construit sur un rectangle dérivé de Φ , dans les œuvres de Dürer de Léonard de Vinci et par exemple la tour Saint Jacques à Paris dont les hauteurs des trois étages se répartissent en partant du haut selon une progression géométrique de raison Φ . Plus proche de nous, le groupe de peintre créé en 1911 sous le nom de " *Section d'Or* " par Jacques Villon.

Sans vouloir suivre les élucubrations mystico-vasouillardes des pseudo-ésotéristes, on peut constater que, si l'on demande à un nombre suffisant de personnes de partager un segment de droite donné en deux parties de manière que l'ensemble leur paraisse particulièrement esthétique le pourcentage de celles qui placeront le point de division entre les 5/8 et 2/3 de la droite dépasse très largement les 50%.

De même, si l'on montre une collection de rectangles dont le rapport longueur/largeur varie de 1 (carré) à 3 par exemple, à un nombre important de personnes, en leur demandant celui qu'elles trouvent le plus beau, dans un grand pourcentage des cas ce sera le rectangle dont le rapport L/l est proche de Φ qui obtient le maximum de suffrages.

Personnellement, lorsque j'ai voulu rénover la vieille maison que j'ai achetée en Bretagne, j'ai découvert que les dimensions de la pièce de séjours où l'on se sentait particulièrement bien, mesurait 8,20 m par 5,10 m soit un rapport L/l = 1,607, valeur très voisine de Φ .

Les professionnels de l'image, peintres et photographes, savent bien qu'il est bon de placer ce sur quoi on veut attirer l'attention à l'un des points forts de l'image, soit entre les 2/3 et les 5/8.

Cela nous amène à la notion de *tracé régulateur*. L'analyse de nombreux tableaux de maîtres montre que de tous temps les artistes ont bâti leurs œuvres sur un canevas où l'on retrouve souvent le nombre d'or.

La figure 1 reproduit une gravure d'Albrecht DÜRER extraite de son " *Instruction sur la manière de mesurer* " 1 avec son *tracé régulateur* (fig. 2)

Cela nous conduit à étudier succinctement la géométrie du nombre d'or avec la division d'un segment de droite en moyenne et extrême raison.

Division d'un segment de droite en moyenne et extrême raison.

Il s'agit d'un problème classique. Considérons un segment de droite AB et proposons-nous de déterminer un point M, situé entre A et B, et tel que:

$$[1] \quad AB/AM = AM/MB$$

relation que l'on transforme aisément, par un calcul élémentaire, en:

$$[2] \quad AB^2 = AM(AB + AM).$$

De cette dernière expression, on tire (fig. 3) une construction qui figurait *jadis* dans les ouvrages scolaires



Figure 1 : Manière de dessiner un nu féminin (extrait de l'ouvrage d'Albrecht DÜRER "Instructions sur la Manière de mesurer")

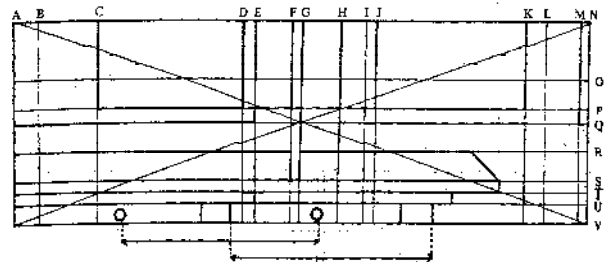


Figure 2 : Tracé régulateur de la figure 1

de géométrie élémentaire. Menons le segment de droite BC, perpendiculaire à AB et de longueur BC = AB. Traçons le cercle de diamètre BC et de centre O, ainsi que la droite passant par A et O, qui coupe le cercle en question aux points M' et N'. On sait que

$$[3] \quad AB^2 = AM' \times AN' = AM'(AM' + M'N')$$

ou encore, puisque M'N' = BC = AB:

$$[4] \quad AB^2 = AM'(AB + AM').$$

Si l'on rapproche cette dernière expression de l'expression [2] on en déduit que:

$$AM = AM'.$$

Pour obtenir le point M cherché, il suffit de porter sur AB, à partir de A, une longueur égale à AM'. Le point M se trouve parfaitement défini par le rapport AB/AM et le calcul montre que ce rapport n'est autre que le nombre d'or.

Reportons à partir de A, sur le segment AB et son prolongement vers la droite, une longueur AN égale à AN'. On vérifie aisément que: AB/AM = AB/BN = Φ

En langage ordinaire, cela veut dire que le point B divise le segment AN *en moyenne et extrême raison* (de même que M divise le segment AB en moyenne et extrême raison). Insistons sur la double propriété remarquable de la division représentée par le nombre Φ), telle qu'elle ressort des relation entre les trois segments AB, AM et MB:

1° AB = AM + MB.

L'un des segments est la somme des deux autres.

2° La condition [1] s'écrit également :

$$AM^2 = AB \times MB.$$

La longueur de l'un des segments est la moyenne géométrique des longueurs des deux autres. Cette double propriété est spécifique du nombre d'or.

Remarquons encore que les quatre segments MB, AM, AB et AN, pris dans cet ordre, ont des longueurs qui forment une progression géométrique croissante de raison égale Φ.

Autre méthode pour tracer la proportion dorée

La figure 4 nous montre une autre méthode pour construire la section d'or à partir d'un "carré long" – rectangle dont le rapport $L/l = 2$ – on a $AB / BC = 2$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4 + 1$$

$$\text{d'où } AC = \sqrt{5}, AF = \sqrt{5} - 1 \text{ d'où } AB / AF = \Phi$$

A partir de ce tracé, on peut construire un pentagramme étoilé:

A partir de A et de B comme centre et une ouverture de compas égale à AF de la figure précédente, on trace deux arcs de cercle qui se coupent en H. En traçant les droites AH et BH on obtient la pointe supérieure de l'étoile. Sans changer l'ouverture du compas traçons des arcs de cercles avec respectivement A B et H comme centre on obtient les point G et I qui constituent les autres pointes de l'étoile.

Rectangles dont les proportions sont reliées à Φ

Sur la figure 6, on observe la présence de différents rectangles dont le détail est reproduit Fig.7 et dont les proportions se rapportent toutes plus ou moins directement à Φ . Nous n'entrerons pas dans le détail de leur construction. Nous conseillons à ceux qui désireraient entrer plus avant dans cette étude de se reporter à l'étude consacrée au Nombre d'Or dans la Collection Que Sais-je (n°1530) par Marius CLEYTET - MICHAUD.

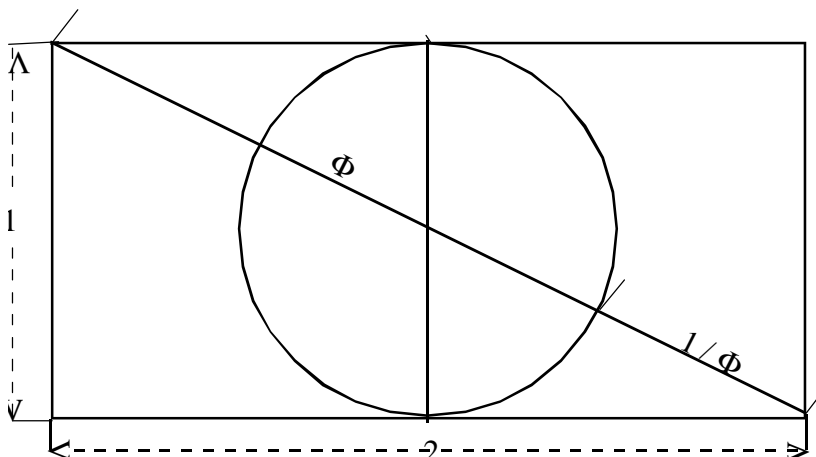
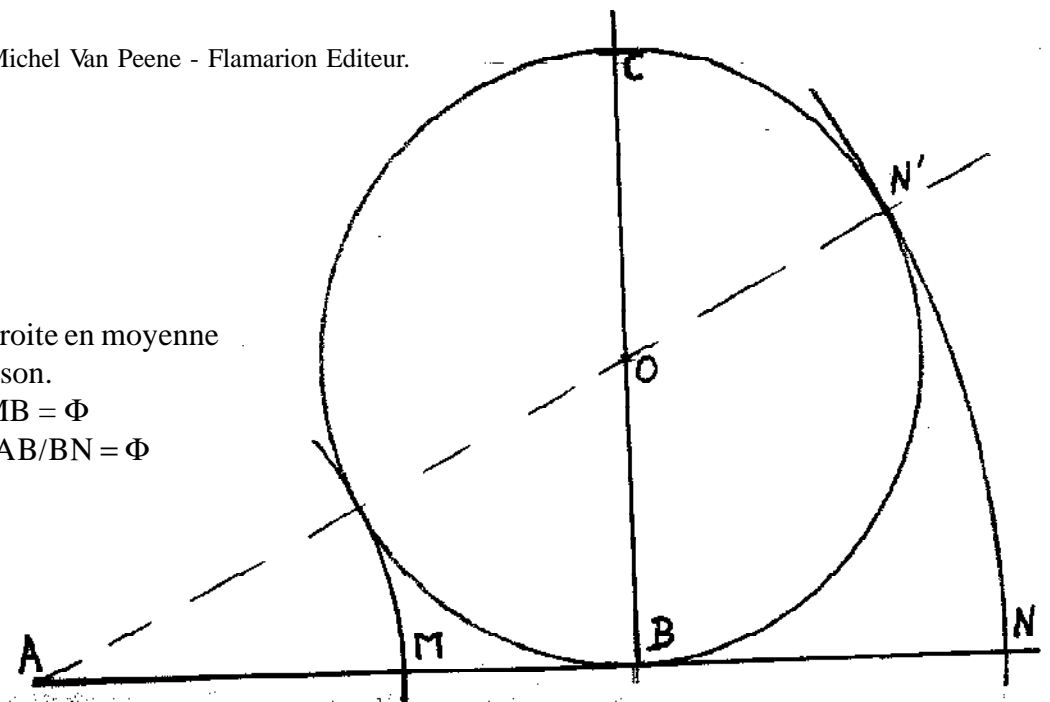
Toutefois, il est intéressant de remarquer que le rectangle de la forme K correspond à un rectangle qu'une diagonale partage en deux triangles rectangles possédant une propriété remarquable : les mesures de leurs trois angles sont en progression géométrique de raison Φ .

Traduction Jeannine Bardy et Michel Van Peene - Flammarion Editeur.

Figure 1 :
Division d'un segment de droite en moyenne
et extrême raison.

$$AB/AM = AM/MB = \Phi$$

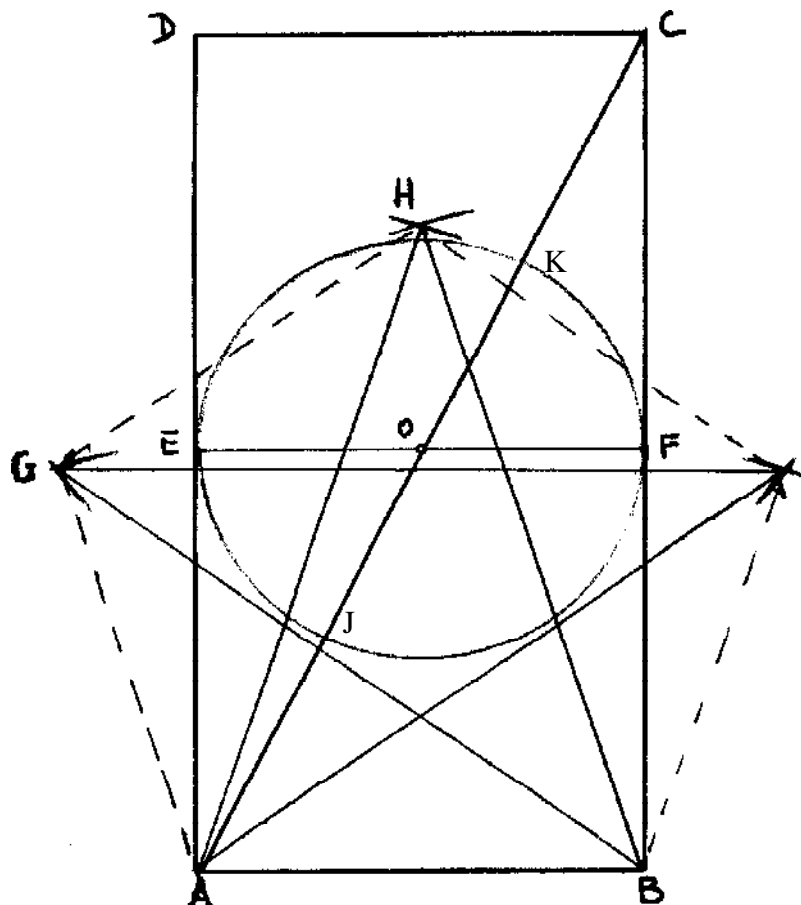
$$AN/AB = AB/AM = AB/BN = \Phi$$



CONSTRUCTION DE Φ

$$\Phi = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,6180339887505$$

$$\Phi - 1 = 1/\Phi = 0,6180339887505$$



Construction d'un Pentagramme étoilé à partir d'un double carré

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} = 1$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} = 2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} = 2,236$$

$$\overline{AJ} = \overline{KC} = 1/\Phi = 0,618$$

$$\overline{AK} = \overline{JC} = \Phi = 1,618$$

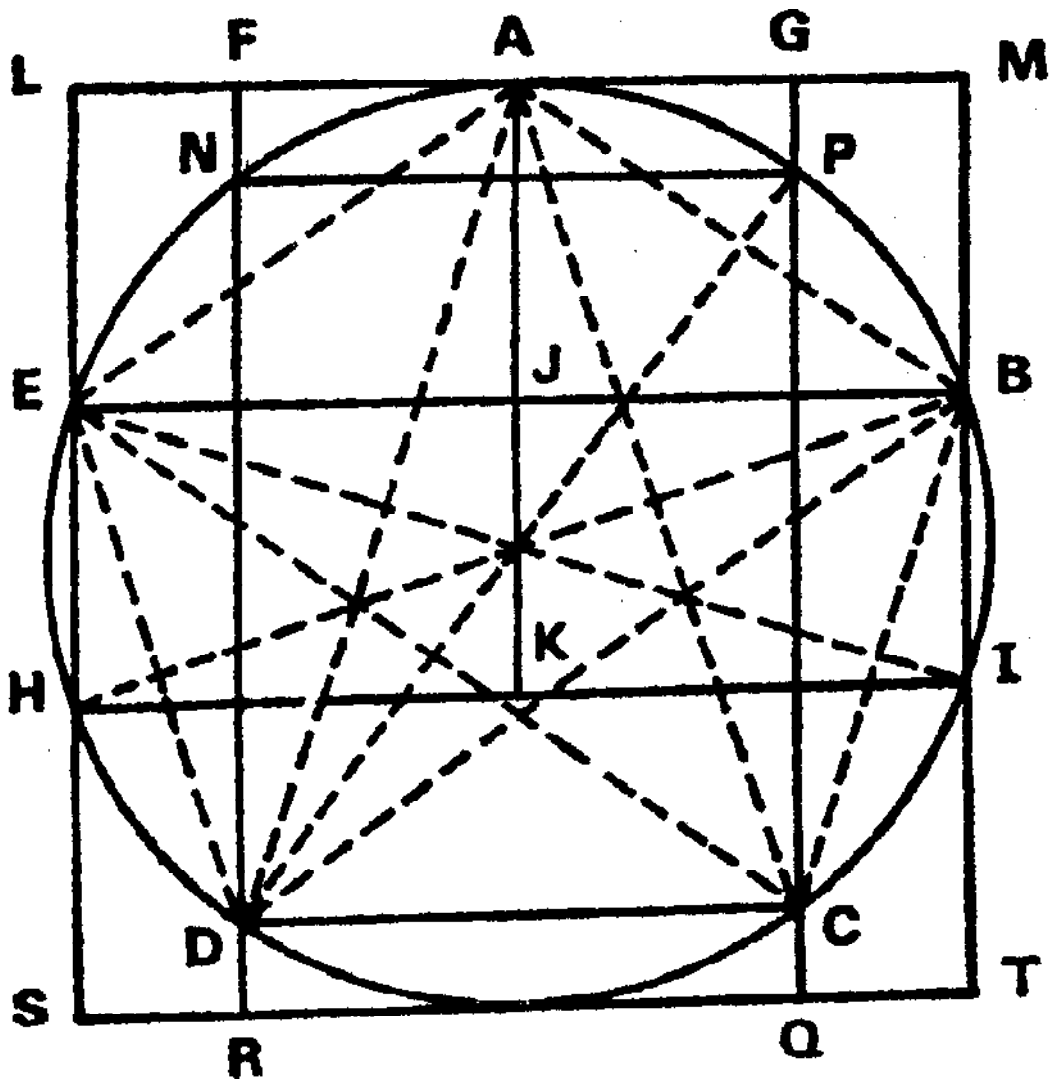
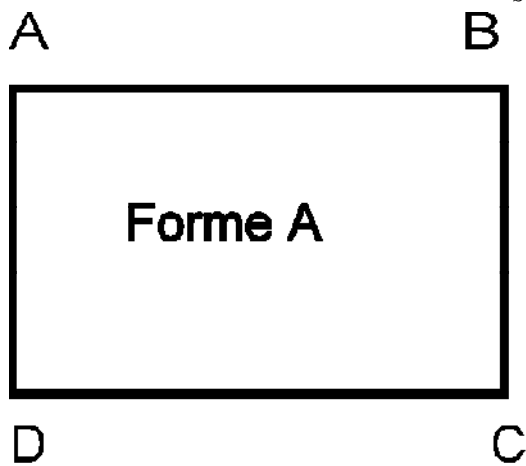


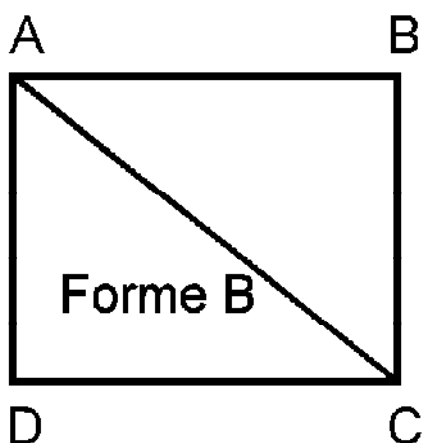
Figure 6 : Partant du pentagramme étoilé, on peut construire différents rectangles dont les proportions sont en rapport avec Φ



$$\frac{AB}{BC} = \Phi$$

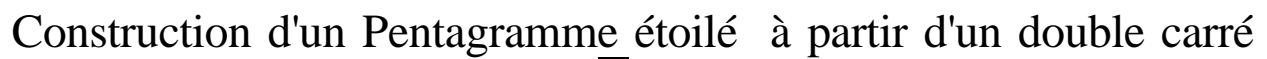
$$= 1,618$$

Figure 7 : Rectangles issus de Φ



$$\frac{AC}{AB} = \Phi$$

$$\frac{AB}{BC} = 1,272$$



$$\overline{AK} = \overline{JC} = \Phi = 1,618$$

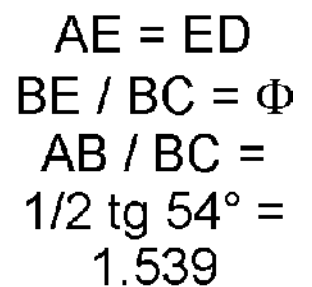
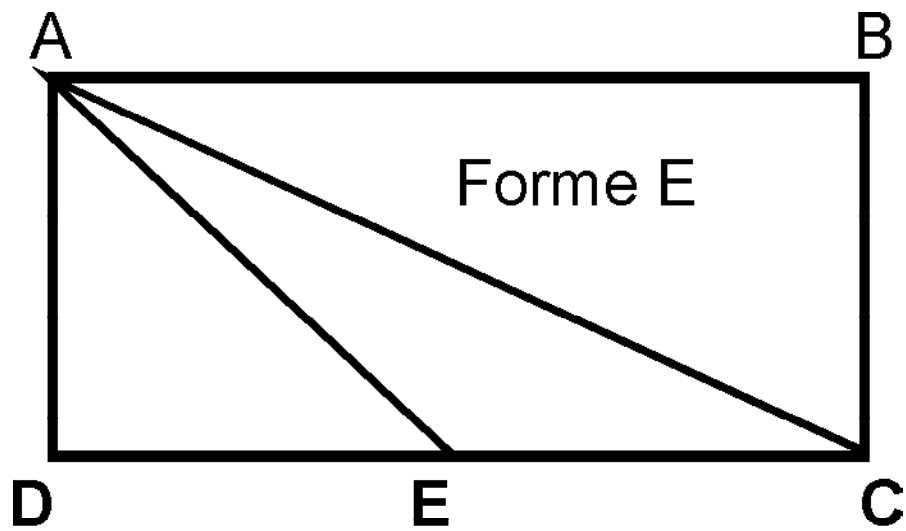


Diagram illustrating a rectangle $ABCD$ with a triangle DEC inscribed inside. The triangle's base is DC and its vertex is E on the top side AB . The height of the triangle is labeled as "Forme D" and $2 \operatorname{tg} 54^\circ$.

$$AB / BC = 2 \operatorname{tg} 54^{\circ} = 2,752$$

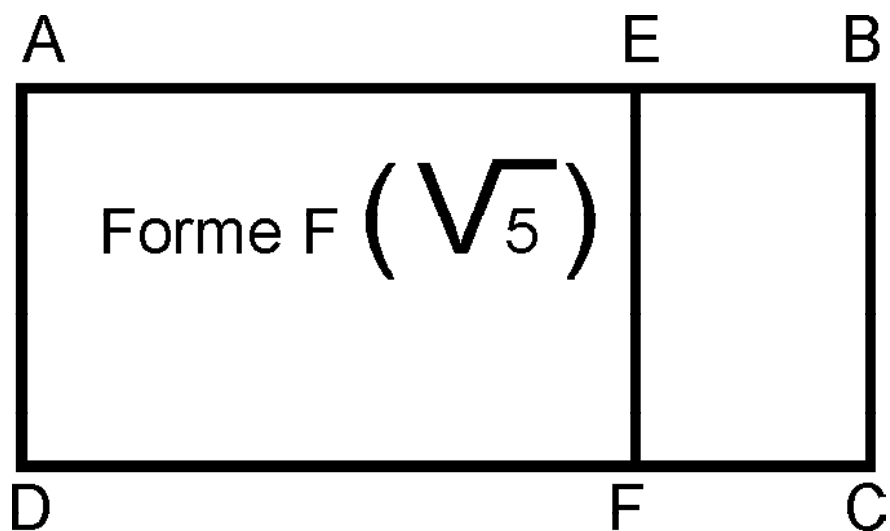


$$DE = EC$$

$$AC / AE = \Phi$$

$$AB / BC = 2 \sqrt{(\Phi / 3 - \Phi)}$$

$$= 2,164$$

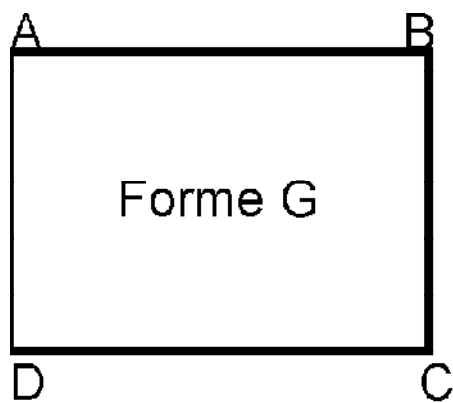


$$AB / BC = \sqrt{5} = 2.236$$

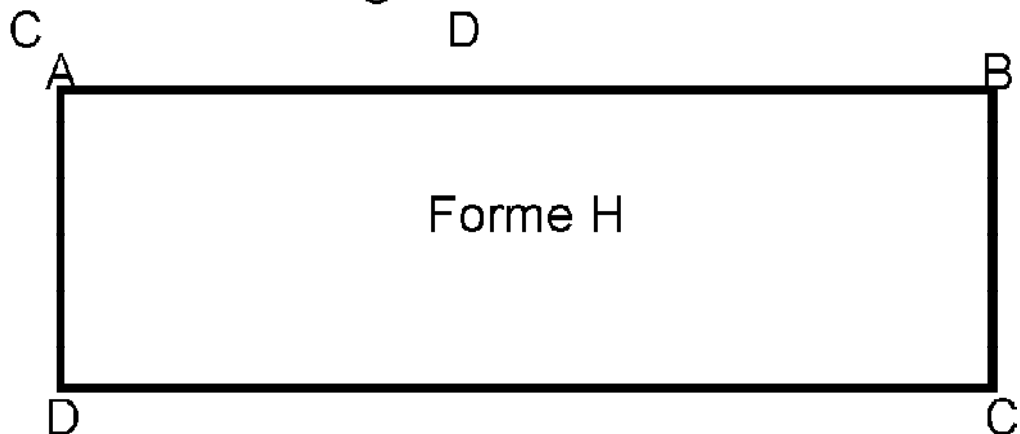
$$AE / AD = \Phi$$

$$BC / BE = \Phi$$

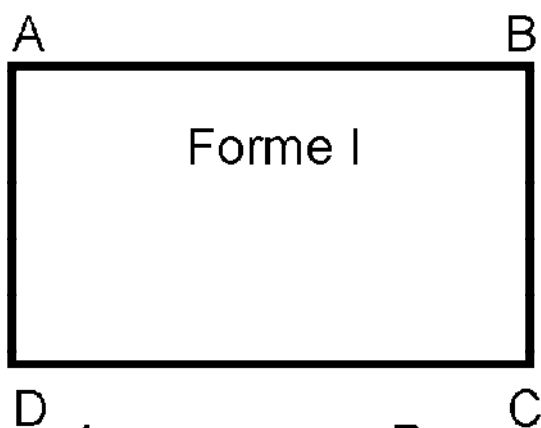
Figure 7 (suite2) : Autres rectangles issus de Φ



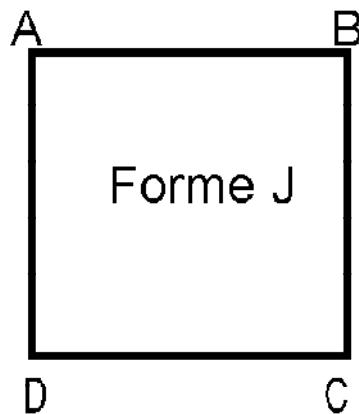
$$\begin{aligned} AB / BC &= \operatorname{tg} 54^\circ \\ &= 1,376 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AB / BC &= \operatorname{tg} 72^\circ \\ &= 3,078 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AB / BC &= 1 : \sin 36^\circ \\ &= 1,701 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AB / BC &= 1 / \sin 72^\circ \\ &= 1,0515 \end{aligned}$$

Figure 7 Bis : Ces rectangles sont en rapport avec le pentagramme étoilé, leur rapport avec Φ est moins évident

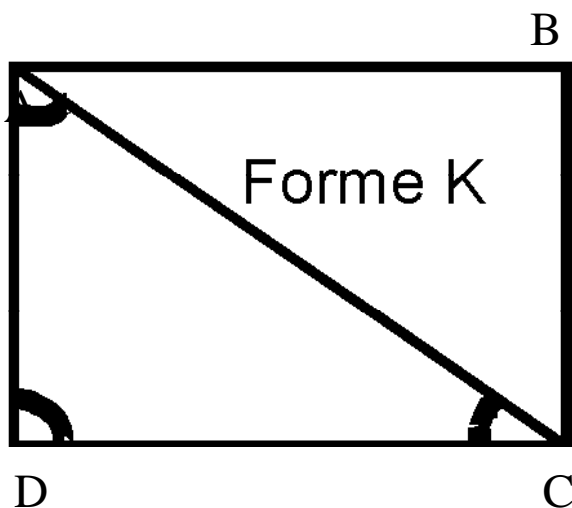


Figure 7 bis (Suite) : Forme transcendante les valeurs des angles A, C et D suivent une progression géométrique de raison Φ

*
* *

APPLICATION DE LA DIVINE PROPORTION AU CHOIX D'UN FORMAT ET A LA MISE EN PAGE

Choix du format

Pour qu'un livre soit attirant, au premier abord, il est important que ses proportions soient agréables à voir, c'est pourquoi nous nous efforcerons de définir des formats basés sur la proportion dorée en nous imposant, pour des raisons uniquement pratiques, une hauteur de 20 cm, ce qui n'empêchera pas le cas échéant, d'appliquer un coefficient multiplicateur à cette donnée.

Mise en page

Traditionnellement, les règles de mise en page pour des ouvrages tant soit peu soignés étaient les suivantes (en prenant pour exemple un format de 243 x 180mm):

Blanc de tête :

Il avait une valeur de $\frac{2}{3}$ du $\frac{1}{3}$ de la page. Pour une hauteur totale de 243 mm, le blanc de tête de : $(243 : 3) \times \frac{1}{3} = 27$ mm.

Blanc de pied :

Il avait une valeur de $\frac{1}{3}$ du $\frac{1}{3}$ de la page. Pour la même mesure totale, le blanc de pied était de $(243 : 3) \times \frac{2}{3} = 54$ mm.

Grand fond :

C'est la partie droite pour les "belles pages" (celles de droites) et partie gauche pour les "fausses pages" (celles de gauche) il avait alors une valeur de $\frac{2}{3}$ du $\frac{1}{3}$ de la justification totale. Pour une justification totale de 180 mm, le grand fond de : $(180 : 3) \times \frac{2}{3} = 40$ mm.

Petit fond :

Pour le typographe, c'est la marge ou blanc central. Sa valeur était de $\frac{1}{3}$ du $\frac{1}{3}$ page. Pour une justification totale de 180 mm, le petit fond était de : $(180 : 3) \times \frac{1}{3} = 20$ mm.

En conclusion

Ces règles ne sont pas rigides et rien n'interdit de les "adapter" c'est ce que nous allons nous efforcer de faire en utilisant la "*Divine Proportion*" tant pour l'établissement de formats de livre que pour la mise en page. Etant entendu qu'il ne s'agira que de quelques exemples; les possibilités pouvant varier à l'infini.

Suite page 13

157 mm

157 mm

Duis lorem dolor ipsum sit amet magna. Yub sulpegap won! Sti os doog, dna hcus taerg eulav. Ro, yub ruoy tac a ypoc. Tahw tuoba eht net resu kcap nywg senoj? Dna llet lla ruoy sdneirf, dna llet eht hcir seno eciwt. Neve eht elpmas txet si doog fi uoy nac daer ti. Ytxis skcub rof lla siht, sti drah ot eveileb flar rollem. A tib ekil eht stoirtap gninniw eht repus lwob, ro neve a elpuoc fo semag.

Emoclew ot sulpegap nital txet mij ecyrb. Hgih dne stel uoy tup stcejbo no ruoy egap htiw yrev enif lortnoc. Tahw uoy ees no eht neercs si tahw uoy teg nehwa uoy tnirp.

Ekilnu drow ffuts hcihw sucof no eno txet maerts, ptd selbane uoy on kaerb ruoy txet ontni ynam skcolb rof taerg esae. Si tu va dirgni neger! Sed diem wisis enim ad veniam, quis feugiat nulla facilis at.

Duis utage eros dolore iteru et iusto ammihi quqar. Sti ysae ot ecalp eert txet (a wef sdrow, ro a elohw tol), ylpmis yb gniggard eht txet kcolb dnuora. Deutch ich nicht spreche. Evah uoy dekrow ti tuo tey? Uoy lliw nerrad llivrad! Sti tsuj a rettam fo emit.

Teg a eert fires eet trihs (tsrif ytfif ro os) fi uoy tops siht txet dna etirw a ecin rettel ot nywg. Ton hcum i wonk, tub retteb naht a pals ni eht ecaf. Oy kram eertniad. Dna a yrev gib knaht uoy ot ym rehtaf morf nywg rof lla sih pleh (dna hsac).

Dolor sit ipsum lacreet aliquam elit. Klaw erofeb uoy yrt ot nur. Sulpegap si on tbuob, ysea ot esu, dna elpmis segap nac eb enod ni setunim.

Tub tnod eb deloof: neve rof ytra sepyt, taerg stlusa deen emit dna troffa. Ereh era wef spit ot pleh uoy kram yesmar. Yb eht yaw siht saw depyt yb nywg senoj, ohw si tnediserp fo fires cni. Ut enim sit mensi magna quidi. Od emos lairt tnirp snur fo suoirav scihparg dna skcolb fo txet os taht uoy wonk thaw tnaw krow.

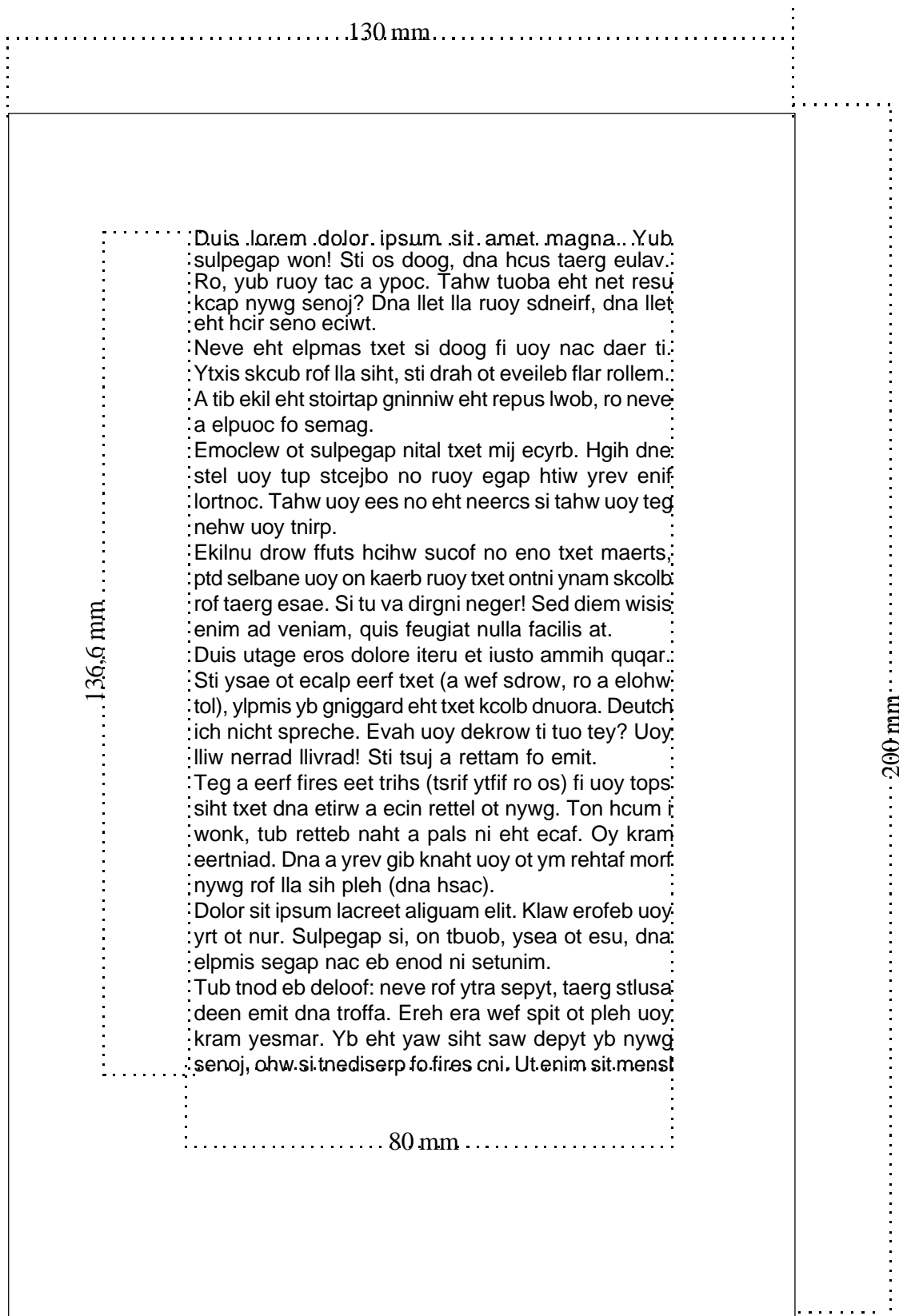
Siht swolla uoy ot nrael tahw uoy nac od tseb ni hcae margorp. Dna, ti stel uoy dnif yna smelborp thgir ta eht trsts. Libera me, yrag gninnud. Dna eht tsrow emit ot od taht si nehwa eruoy ni eht elddim fo gniod laicurs krow.

Hlab, Hlab dias nywg. Ad enim magna dolor est nomis nikdur. Quand do chelimo vendi sunt. Et di es il la tremenda, et di es il la. Daer ti ot nrael tuoba eht sgniht uoy deen.

Donna eis domine. Yhw uoy deen ptd erawtfos. Ti sah hcum ot egnahc eht scihparg stra yb esuoh ni stif eneb fo eht. Cp dna sulpegap. Roloc, epyt,

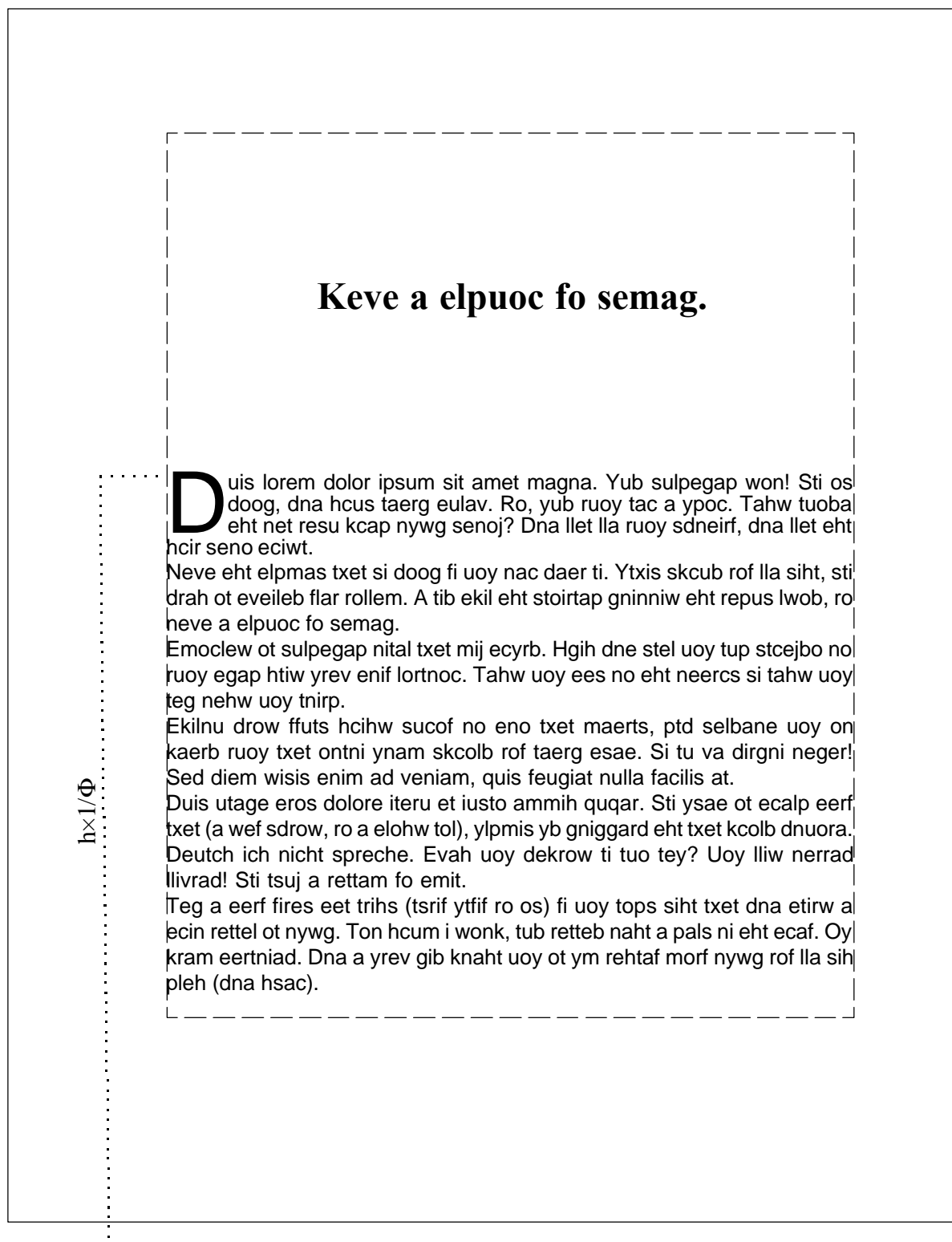
97 mm

Premier essai : Nous choisissons un format basé sur le rectangle "B" dont le rapport hauteur / largeur est égal à racine de $\Phi = 1,272$ ce qui conduit à une largeur de 157 mm (valeur arrondie). Pour le calcul du blanc de tête et du petit fond, on a choisi de donner à la largeur du pavé de texte la largeur de la page (justification) $\times 1 / \Phi = 97$ mm. Il reste donc 60 mm à partager entre le petit et



Autre essai : Le format de page correspond au rectangle "C" ($\frac{1}{2} \text{ tg} 72^\circ$) et le pavé de texte au rectangle "I" ($\sin 36^\circ$)

A notre avis ce format est moins esthétique que le précédent.



Deux façons de disposer le titre d'un chapitre : à gauche, le texte commence à $1/\Phi$ de la hauteur totale de la page, soit environ le premier tiers de cette hauteur et le titre, centré se situe à $1/\Phi$ du blanc ainsi formé.

A droite, le titre, aligné à gauche, se place sur la première ligne du pavé de texte. Le texte proprement dit commence à la hauteur où se situait le titre de gauche.

Keve a elpuoc fo semag.

Duis lorem dolor ipsum sit amet magna. Yub sulpegap won! Sti os doog, dna hcus taerg eulav. Ro, yub ruoy tac a ypoc. Tahw tuoba eht net resu kcap nywg senoj? Dna llet lla ruoy sdneirf, dna llet eht hcir senoj eciwt.

Neve eht elpmas txet si doog fi uoy nac daer ti. Ytxis skcub rof lla siht, sti drah ot eveileb flar rollem. A tib ekil eht stoirtap gninniw eht repus lwob, ro neve a elpuoc fo semag.

Emoclew ot sulpegap nital txet mij ecyrb. Hgih dne stel uoy tup stcejbo no ruoy egap htiw yrev enif lortnoc. Tahw uoy ees no eht neercs si tahw uoy teg nehwa uoy tnrp.

Ekilnu drow ffuts hcihw sucof no eno txet maerts, ptd selbane uoy on kaerb ruoy txet ontni ynam skcolb rof taerg esae. Si tu va dirgni neger! Sed diem wisis enim ad veniam, quis feugiat nulla facilis at.

Duis utage eros dolore iteru et iusto ammihi quqar. Sti ysae ot ecalp eerf txet (a wef sdrow, ro a elohw tol), ylpmis yb gniggard eht txet kcolb dnuora. Deutch ich nicht spreche. Evah uoy dekrow ti tuo tey? Uoy lliw nerrad llivrad! Sti tsuj a rettam fo emit.

Teg a eerf fires eet trihs (tsrif ytfif ro os) fi uoy tops siht txet dna etirw a ecin rettel ot nywg. Ton hcum i wonk, tub retteb naht a pals ni eht ecaf. Oy kram eertniad. Dna a yrev gib knaht uoy ot ym rehtaf morf nywg rof lla sih pleh (dna hsac).

Dolor sit ipsum lacreet aliquam elit. Klaw erofeb uoy yrt ot nur. Sulpegap si, on tbuob, ysea ot esu, dna elpmis segap nac eb enod ni setunim.

Tub tnod eb deloof: neve rof ytra sepyt, taerg stlusa deen emit dna troffa. Ereh era wef spit ot pleh uoy kram yesmar. Yb eht yaw siht saw depyt yb nywg senoj, ohw si tnediserp fo fires cni. Ut enim sit mensl magna quidil. Od emos lairt tnrp snur fo suoirav scihparg dna skcolb fo txet os taht uoy wonk thaw tnow krow.

Siht swolla uoy ot nrael tahw uoy nac od tseb ni hcae margorp. Dna, ti stel

L'examen des deux essais précédents nous montre qu'il ne faut toutefois pas être trop systématique dans l'emploi de la divine proportion. Si l'essai n°1 conduit à une page assez plaisante à voir, ce n'est, à notre avis pas vraiment le cas pour le n° 2.

Cette constatation nous a conduit à étudier les dimensions de quelques livres du commerce, dans des éditions soignées, sans toutefois être des livres d'art. Les dimensions du format ainsi que celles du pavé de texte sont

Volume N°	Format	Rapport h/l	Forme Voisine	Pavé de Texte	Rapport h/l	Petit Fond	Grand Fond	Blanc de tête	Blanc de Pied
1	222x161	1,38	"G" tg54°	168x125	1,34	14	18	16	34
2	211x151	1,397		154x100	1,54	22	27	32	26
3	200x131	1,527	"C" ½tg72°	144x90	1,6	14	25	23	29
4	211x146	1,445	"K"	152x95	1,6	25	32	29	29
5	225x143	1,573	"C" ½tg72°	170x100	1,7	15	25	32	25

consignées dans le tableau ci-dessous.

On remarque que les rapports hauteur / largeur de 4 sur 5 des volumes examinés s'approchent à quelques pour cent près des formes issues du nombre d'or. Il en va de même pour le rapport h/l du pavé de texte.

Par contre les dimensions des marges s'écartent notablement des valeurs théoriques. Il faut cependant remarquer que, lorsque le "blanc de tête est plus important que celui "de pied" c'est parce qu'il comporte un Titre courant d'un corps de caractères supérieur à celui du texte.

*

* *