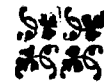


L'USAGE
DU
COMPAS
DE
PROPORTION,

EXPLIQUE' ET DEMON-
tré d'une maniere courte & facile,
& augmenté d'un Traité de la di-
vision des Champs.

Par M^r OZANAM,

Professeur en Mathematique.



A PARIS,

Chez ESTIENNE MICHALLET, pre-
mier Imprimeur du Roy, rue Saint
Jacques, à l'Image S. Paul.

M. DC. LXXXVIII.

Avec Permission.



A U LECTEUR.



ES Vſages du Compas de Proportion étant dans un tres-grand nombre, je me ſuis propoſé de vous donner ſeulement icy. Mon cher Lecteur, ceux qui m'ont ſemblé les plus utiles & les plus généraux, afin que par leur moyen vous puiſſiez facilement trouver les autres de vous-même, ſur tout quand vous aurez bien compris les démonſtrations de ceux que je pretens enſeigner icy le plus brièvement qu'il me ſera poſſible. Ainſi je me ſuis contenté de mettre ſeulement dans cet Instrument, d'un côté la Ligne des Parties égales, pour pouvoir divi-

A ij

ser une Ligne droite selon une raison donnée : La Ligne des Plans , pour pouvoir augmenter & diminuer un Plan selon une raison donnée : & la Ligne des Polygones , pour pouvoir inscrire dans un Cercle un Polygone regulier ; & de l'autre côté , la Ligne des Cordes , pour la mesure des angles , & la Ligne des Solides , pour pouvoir augmenter & diminuer un Solide selon une raison donnée.



D E
L'U S A G E
D U
C O M P A S
D E P R O P O R T I O N .



LE Compas de Proportion est un Instrument de Mathematique , dont on peut se servir tres-commodément pour résoudre promptement & facilement les Problemes les plus utiles & les plus necessaires dans toutes les parties de Mathematique , & principalement dans la Geometrie pratique , tant sur le papier que sur le terrain.

Bien que la construction de cet Instrument ne soit pas inconnue aux Ouvriers , qui travaillent aux Instrumens de Mathematique ; neanmoins je ne laisseray pas de l'enseigner icy brièvement pour les Lignes que nous nous sommes proposées d'y mettre ,

A iij

6 CONSTRUCTION DU COMPAS

sçavoir pour les Lignes *des Parties égales*, *des Plans*, *des Polygones*, *des Cordes* & *des Solides*, étant facile à leur imitation d'y ajouter les autres lignes, dont on peut avoir besoin dans la pratique, comme la *Ligne des Tangentes*, pour la description des Cadrans Solaires, la *Ligne des Metaux*, &c.

Construction du Compas de Proportion.

Ayant déterminé la longueur du Compas de proportion que vous voulez construire, comme de six pouces, ce qui est le plus ordinaire, & la largeur, comme de six lignes, préparez deux Regles de letton, ou de quelqu'autre matiere solide, ayant cette même longueur & cette même largeur, pour les jambes de vôtre Compas, lesquelles doivent être mobiles à l'entour de leurs extrémités, que l'on doit pour cette fin joindre ensemble par le moyen d'une charniere, enforte que le Compas de proportion se puisse fermer & ouvrir comme l'on voudra par un mouvement, qui soit autant égal & uniforme qu'il sera possible, pour s'en pouvoir servir plus commodément.

Le centre de cette charniere sera pris pour le centre du Compas de proportion, comme A, duquel on doit tirer dessus chaque jambe de côté & d'autre toutes les lignes qu'on veut ajouter au Compas de proportion, pour son usage, & premierement la *Ligne des Parties égales*, ainsi appelée parce qu'elle est divisée en un certain nombre de parties égales, tel que l'on veut, & le plus grand sera le meilleur, afin que l'usage en soit plus

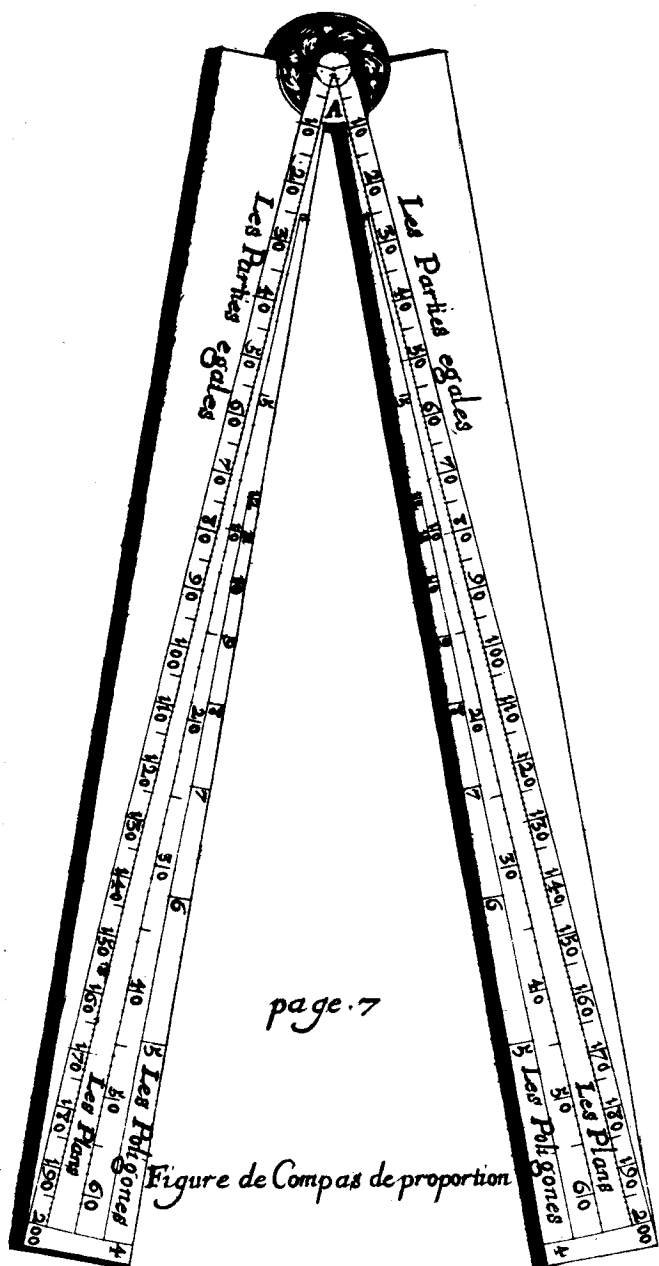
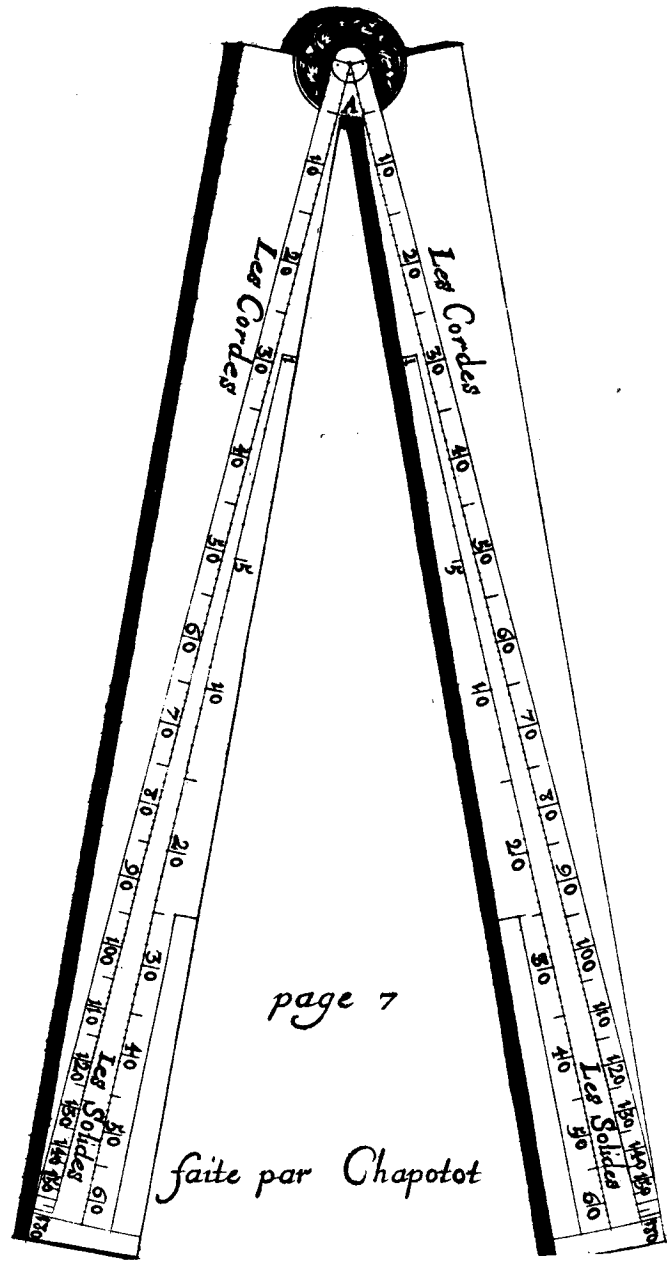


Figure de Compas de proportion



faite par Chapotot

DE PROPORTION.

7

universel. Ce nombre est ordinairement 200 , dans une longueur de six pouces , & bien que la division de cette ligne en 200 parties égales soit facile , néanmoins pour ne rien laisser à deviner , je diray icy en peu de mots la maniere de faire cette division.

La longueur de vôtre Ligne étant déterminée sur chaque jambe , divisez - la depuis le centre du Compas de proportion jusqu'à son extrémité , en deux parties égales , dont chacune vaudra 100. Divisez encore chacune de ces deux parties égales en deux autres parties égales , dont chacune vaudra 50. Divisez ensuite chacune de ces parties égales en deux autres parties égales , & chacune de ces nouvelles parties égales en cinq parties égales , & enfin chacune de ces dernières parties égales encore en cinq parties égales , & la Ligne proposée se trouvera divisée en ses 200 parties égales , que vous séparerez de cinq en cinq par de petites lignes , auxquelles vous ajouterez des chiffres de 10, en 10, seulement , en les comptant depuis le centre A , jusqu'à l'autre extrémité , où le nombre 200 se trouvera.

Proche la Ligne des parties égales , on pourra ajouter sur la même surface du Compas de proportion la *Ligne des Plans* , ainsi appelée , parce qu'elle comprend depuis le centre A , les côtes homologues d'un certain nombre de Plans semblables multiples du premier & plus petit par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64 , dans une longueur de six pouces , telle que nous l'avons icy supposée , si bien que l'extrémité de cette ligne représente le côté du 64^e Plan , c'est-à-dire d'un Plan 64 fois plus grand

A iij

8 CONSTRUCTION DU COMPAS

qu'un autre Plan semblable, dont le côté homologue est égal à la 8^e partie de toute la ligne des Plans, parce que la Racine quarrée de 64 est 8, & c'est pour cela qu'on a choisi ce nombre quarré 64, afin que la Racine quarrée 8 étant exacte, on ait aussi exactement le côté homologue du premier & du plus petit Plan semblable, parce que ce côté est égal à la 8^e partie du côté homologue du 64^e Plan, puisque la Racine quarrée de 64 est 8, & que les Plans semblables sont entr'eux comme les quarrés de leurs côtez homologues, par 20. 6.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Plan, & par son moyen les côtez homologues de tous les autres Plans semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi ensuite jusqu'au 64^e, & plus grand Plan, divisez à part le côté de ce Plus grand Plan, où la ligne des Plans en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64. & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales, ce qui sera facile dans une longueur de six pouces; & divisez ce nombre 1000, par la même Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le quotient donnera exactement 125 parties pour la quantité du côté du premier Plan. C'est pourquoy si l'on porte 125 parties sur la ligne des Plans depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier Plan, par le moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtez homologues des autres Plans semblables multiples; comme si on veut trouver le côté homologue d'un Plan double, on multipliera par 2, le quarré 15625, du nombre 125, des parties du côté du pre-

DE PROPORTION.

9

mier Plan, & on prendra la Racine quarrée du produit 31250, laquelle donnera environ 177 parties pour le côté homologue du Plan double: C'est pourquoy si on porte 177 parties sur la Ligne des Plans depuis le centre A, on aura un second point, qui terminera la longueur du côté du second Plan: Ainsi des autres.

C'est de cette maniere que nous avons supputé la Table suivante, qui montre le nombre des par-

1	125	17	515	33	718	49	875
2	177	18	530	34	729	50	884
3	216	19	545	35	739	51	892
4	250	20	559	36	750	52	901
5	279	21	573	37	760	53	910
6	306	22	586	38	770	54	918
7	330	23	599	39	780	55	927
8	353	24	612	40	790	56	935
9	375	25	625	41	800	57	944
10	395	26	637	42	810	58	952
11	414	27	650	43	819	59	960
12	433	28	661	44	829	60	968
13	450	29	673	45	839	61	976
14	467	30	684	46	848	62	984
15	484	31	696	47	857	63	992
16	500	32	707	48	866	64	1000

ties des côtez homologues de tous les Plans semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, ou du plus grand de 1000 parties.

10 CONSTRUCTION DU COMPAS

Cette Table se peut supputer par une autre maniere, qui est plus facile que la precedente, parce qu'elle peut servir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Plan que 64, lors que ce nombre ne sera pas quarré, & qu'il ne divisera pas exactement le quarré du nombre des parties du côté du même plus grand Plan, ce qui empêchera le côté du premier Plan d'être exact, & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément les côtez homologues des Plans semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette sorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme soit le plus grand Plan, comme icy 64, le second soit le Plan semblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Plan quintuple du plus petit, & le troisième soit le quarré du nombre des parties du côté du plus grand Plan, comme icy 1000000, & la Racine quarrée du quatrième terme 78155, donnera environ 279, parties pour le côté homologue du Plan quintuple, comme il est évident par 20. 6. Ainsi des autres.

Polygones. Enfin proche la Ligne des Plans, on pourra ajouter la *Ligne des Polygones*, ainsi appelée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtez d'un certain nombre de Polygones reguliers inscrits dans un même cercle, le *Quarré* y étant compris, & non le *Triangle*, pour n'être pas d'un grand usage. Ce nombre est ordinairement 8, en commençant depuis le *Quarré* jusqu'au *Dodecagone*, les autres Polygones n'étant pas d'un si grand usage, parce que les Polygones reguliers ne servent ordinairement que pour la fortification des Places regulie-

DE PROPORTION.

11

res, & qu'il se trouve rarement une Place reguliere de plus de douze Bastions.

Puisque les côtez des Polygones reguliers inscrits dans un même cercle diminuent à mesure qu'ils ont plus de côtez, il s'ensuit que le côté du *Quarré* est le plus grand de tous, & que par conséquent on le doit faire égal à la longueur de la ligne des Polygones, que nous avons supposée de six pouces, en la prenant depuis le centre A.

Ayant ainsi déterminé la longueur du côté du *Quarré*, on le divisera en tel nombre de parties égales que l'on voudra, & le plus grand sera le meilleur. comme en 1000, pour trouver dans ces parties la valeur des côtez des autres Polygones, & premierement le côté de l'*Exagone*, ou le Rayon du cercle commun à tous ces Polygones, ce qui sera facile, parce que ce Rayon est le côté d'un triangle isoscele rectangle, dont l'hypotenuse est égale au côté du *Quarré*. C'est pourquoy si on multiplie ce côté que nous avons supposé de 1000 parties, par luy même, on aura 1000000 pour son quarré, dont la moitié 500000 sera par conséquent le quarré du Rayon, par 47. 1. C'est pourquoy si on prend la Racine quarrée de cette moitié 500000, on aura 707 parties pour le Rayon, ou pour le côté de l'*Exagone*, que l'on pourra aussi trouver par cette analogie :

Comme le Sinus Total	- - - -	100000
Au côté du <i>Quarré</i>	- - - -	1000
Ainsi le Sinus des 45 degrez	- - - -	70710
Au côté de l' <i>Exagone</i>	- - - -	707

Par le moyen du côté de l'*Exagone* ainsi trouvé on trouvera les costez du tel autre Polygone qu'on voudra, par cette analogie :

12 CONSTRUCTION DU COMPAS

Comme le Sinus Total,

Au double du côté de l'Exagone;

Ainsi le Sinus de la moitié de l'angle du centre du Polygone,

Au côté du Polygone qu'on cherche.

C'est de cette maniere que nous avons construit la Table suivante, qui montre la quantité des côtes des Polygones reguliers depuis le *Quarré* jusqu'au *Dodecagone*, & il sera facile de la prolonger autant que l'on voudra, pour les Polygones de plus de costez, & par son moyen de marquer les costez sur la ligne des Polygones, en portant les parties qu'ils contiennent depuis le centre A sur la même ligne des Polygones. Cela est trop clair, sans qu'il soit besoin d'en donner un exemple particulier, & c'est pour cela aussi que nous ne nous sommes pas arrêté à donner la demonstration des deux analogies precedentes.

<i>Polygones</i>	<i>costez</i>
<i>Quarré</i>	1000
<i>Pentagone</i>	831
<i>Exagone</i>	707
<i>Eptagone</i>	613
<i>Octogone</i>	540
<i>Enneagone</i>	484
<i>Decagone</i>	437
<i>Endecagone</i>	398
<i>Dodecagone</i>	366

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la maniere de mettre de l'autre costé, c'est à dire sur l'autre

DE PROPORTION. 13

surface de chaque jambe du Compas de Proportion, les lignes des Cordes & des Solides, & premierement *la ligne des Cordes* en cette sorte.

Ayant tiré du centre A, sur chaque jambe du Compas de proportion, la ligne des Cordes, ainsi appelée, parce qu'elle comprend les cordes de tous les degrez du demi cercle, qui a pour Diametre la longueur de cette ligne, laquelle doit être égale de côté & d'autre; portez les cordes de tous les degrez de ce demi cercle divisé exactement en ses 180 degrez, en les prenant depuis l'une des deux extremités du Diametre, depuis le centre A, sur chaque ligne des Cordes, & y marquez autant de points, qui représenteront les degrez du demi cercle: Separez ces points ou degrez de cinq en cinq par de petites lignes, pour les pouvoir conter plus facilement, & y ajoutez les chiffres de 10 en 10, en commençant à conter depuis le centre A, jusqu'à l'extremité du Compas de proportion, où le 180° degre se trouvera.

On pourroit aussi marquer les degrez sur cette ligne des Cordes, par le moyen d'une Table qui supposeroit la longueur de la ligne des Cordes divisée en 1000 parties égales; mais comme cette maniere ne me semble pas si simple, ni si exacte que la precedente, je n'en parle ray pas davantage.

Proche la ligne des Cordes, on pourra mettre *la ligne des Solides*, ainsi appelée, parce qu'elle comprend les côtes homologues d'un certain nombre de Solides semblables multiples du premier & plus petit, par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64, dans une longueur de six pouces, telle que nous l'a-

14 CONSTRUCTION DU COMPAS

vons icy supposée, si bien que l'extrémité de cette ligne représente le côté du 64 Solide, c'est-à-dire d'un Solide 64 fois plus grand qu'un autre Solide semblable, dont le côté homologue est égal à la 4^e partie de toute la ligne des Solides, parce que la Racine cubique de 64, est 4, & c'est pour cela que l'on a choisi ce nombre cubique 64, afin que la Racine cubique 4, étant exacte, on ayt aussi exactement le côté homologue du premier & plus petit Solide semblable, parce que ce côté est égal à la 4^e partie du côté homologue du 64^e Solide, puisque la Racine cubique de 64 est 4, & que les Solides semblables sont comme les cubes de leurs côtez homologues, par 23. 11.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Solide, & par son moyen les côtez homologues de tous les autres Solides, semblables, doubles triples, quadruples, & ainsi en suite jusques au 64^e & plus grand Solide; divisez à part le côté de ce plus grand Solide, ou la ligne des Solides, en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales, & divisez ce nombre 1000, par la même Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le quotient donnera exactement 250 parties pour la quantité du côté du premier Solide, c'est pourquoy si l'on porte 250 parties sur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un point, qui terminera la longueur du côté homologue du premier Solide, par le moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtez homologues des autres Solides semblables multiples; comme si on veut trouver le côté ho-

DE PROPORTION.

15

mologue d'un Solide double, on multipliera par 2 le cube 15625000 du nombre 250 des parties du côté du premier Solide, & on prendra la Racine cubique du produit 31250000, laquelle donnera environ 315 parties pour le côté homologue du Solide double. C'est pourquoy si on porte 315 parties sur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un second point, qui terminera le côté du second Solide. Ainsi des autres.

C'est de cette maniere qu'on a supputé la Table suivante, qui montre le nombre des parties des côtez homologues de tous les Solides semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125 ou du plus grand de 1000 parties.

1	250	17	643	33	802	49	914
2	315	18	655	34	810	50	921
3	360	19	667	35	818	51	927
4	397	20	678	36	825	52	933
5	427	21	689	37	833	53	939
6	454	22	700	38	840	54	945
7	478	23	711	39	848	55	951
8	500	24	721	40	855	56	956
9	520	25	731	41	862	57	962
10	538	26	740	42	869	58	967
11	556	27	750	43	876	59	973
12	572	28	759	44	882	60	978
13	588	29	768	45	889	61	984
14	602	30	777	46	896	62	989
15	616	31	785	47	902	63	995
16	630	32	794	48	908	64	1000

16 CONSTRUCTION DU COMPAS

Cette Table se peut supputer par une autre manière. qui est plus facile que la précédente, parce qu'elle peut servir de la même façon pour un autre nombre du plus grand solide que 64, lors que ce nombre ne sera pas cubique, & qu'il ne divisera pas exactement le cube du nombre des parties du côté du même plus grand Solide, ce qui empêchera le côté du premier Solide d'être exact, & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément les côtez homologues des Solides semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette sorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme soit le plus grand Solide, comme icy 64, le second soit le Solide semblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Solide quintuple du plus petit, & le troisième soit le cube du nombre des parties du côté du plus grand Solide, côme icy 1000000000, & la Racine cubique du quatrième terme 78125000, donnera environ 427 parties pour le côté homologue du Solide quintuple, comme il est évident par 23. 11. Ainsi des autres.



USAGE DE LA LIGNE

DES PARTIES EGALES

LA ligne des Parties égales sert pour diviser une ligne droite d'une grandeur donnée en parties égales, pour luy ajouter ou pour en retrancher telle partie que l'on voudra, pour tracer un
Plan

DE PROPORTION. 17

Plan sur le papier, pour servir d'Echelle à ce Plan, & y connoître la mesure de toutes ses parties par rapport à une Ligne connue, ce qui est d'une très-grande utilité dans la Fortification, où l'on peut connoître sans Trigonometrie, & sans aucune Echelle particuliere, la quantité d'une Courtine, d'une Face, d'un Flanc, &c. Le côté interieur du Polygone, ou bien la Ligne de defense étant supposée d'une grandeur connue, laquelle est d'environ 120 toises dans un Fort Royal.

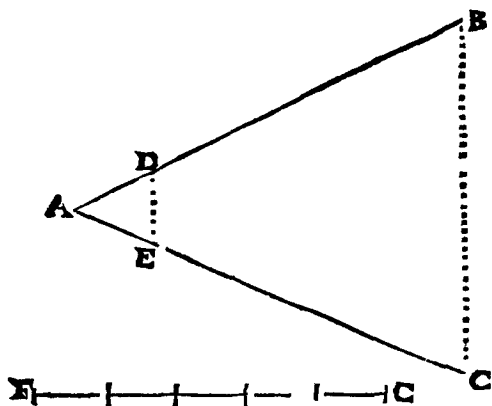
PROBLEME I.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra.

Pour diviser une Ligne donnée en un nombre donné de parties égales, il en faut porter la longueur sur la ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre de part & d'autre, qui soit divisible par le nombre donné, en sorte que le Compas de proportion soit ouvert d'une telle manière, que la distance de ce nombre dans chaque Ligne des parties égales, soit égale à la ligne donnée. Après quoy, le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, on prendra avec le compas commun de côté & d'autre sur la même Ligne des parties égales, la distance du nombre qui viendra en divisant par le nombre donné, le nombre auquel on a appliqué la longueur de la ligne donnée sur les parties égales, & cette distance divisera la Ligne donnée en autant de parties égales qu'il a été proposé.

Exemple.

Qu'il faille diviser par exemple en cinq parties égales la Ligne donnée F G. Supposons que les



deux Lignes A B , A C , soient chacune la Ligne des parties égales du Compas de Proportion , en sorte que A soit le centre , & les extrémités B , C , les points 200. Parce que ce nombre 200 est divisible par 5, il pourra servir pour la division de la Ligne proposée F G , en cinq parties égales , sçavoir en ouvrant le Compas de proportion , en sorte que la distance B C , de 200 à 200 soit égale à la Ligne proposée F G , & en prenant la distance D E de 40 à 40 , qui est la cinquième partie de 200 , car je suppose que la marque 40 est en D & en E , & cette ouverture D E , divisera la ligne proposée F G , en cinq parties égales , comme il étoit proposé , c'est à dire que la Ligne D E , fera la cinquième partie de la Ligne donnée F G , ou de son égale B C.

Démonstration.

Car à cause que les deux triangles isosceles A B C , A D E , sont semblables , par 6. 6. on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes A D , A B , D E , B C , sont proportionnelles. D'où il suit que comme A D est la cinquième partie de A B , parce que A D est de 40 parties , & A B de 200 , aussi la Ligne D E est la cinquième partie de la Ligne B C , ou F G , son égale. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Au lieu d'appliquer la longueur de la Ligne donnée F G , de 200 à 200 , on l'auroit pû appliquer de 100 à 100 , qui est un nombre divisible par 5 , & alors on auroit pris la distance de 20 à 20 , qui est la cinquième partie de 100 , pour avoir aussi la cinquième partie de la Ligne proposée F G ; mais il auroit falu ouvrir davantage le Compas de proportion , ce qui est moins commode dans la pratique , & c'est pour cela que nous nous sommes servi du nombre 200 , lequel étant plus éloigné du centre A , ne demande pas une si grande ouverture du Compas de proportion.

Si on ne peut pas appliquer sur la Ligne des parties égales la longueur de la Ligne donnée F G , pour être trop grande , on en appliquera seulement la moitié , ou le tiers , pour en trouver la cinquième partie , comme il a été enseigné , & le double ou le triple de cette partie sera la cinquième partie de toute la Ligne proposée F G . Il peut arriver d'autres cas , lesquels n'étant pas de grande conséquence

B ij

ce, ne meritent pas que nous en parlions icy davantage.

PROBLEME II.

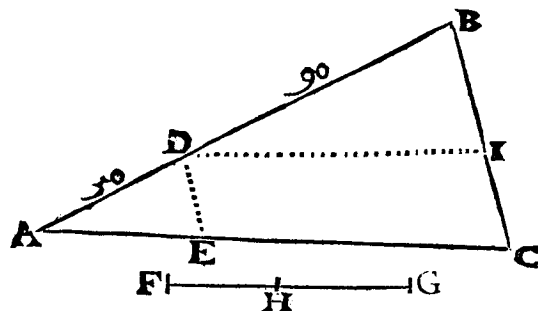
Couper une Ligne donnée selon une raison donnée.

Appliquez la Ligne donnée sur la Ligne des Parties égales de part & d'autre, en sorte que le Compas de proportion soit tellement ouvert, que la distance du nombre égal à la somme des deux termes de la raison donnée, pris de côté & d'autre sur la Ligne des Parties égales, soit égale à la Ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez avec le compas commun sur chaque Ligne des Parties égales, la distance du nombre égal à l'un des deux termes de la raison donnée, pour la porter ensuite sur la Ligne proposée depuis l'une de ses deux extremités, & cette Ligne se trouvera coupée selon la raison donnée.

Exemple.

Qu'il faille diviser la Ligne donnée FG, en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux nombres donnez 50, 90. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des parties égales du Compas de proportion, que le centre soit A, que les deux points B, C, également éloignez du centre A, soient les points marquez 140,

qui est la somme des deux termes 50, 90, de la raison donnée, & que les deux points D, E, aussi également éloignez du centre A, soient les points marquez 50, qui est l'un des deux nombres de la raison donnée. Ayant ouvert le Compas de proportion, en sorte que la distance BC, de 140 à 140, soit égale à la ligne donnée FG, prenez la distance DE, de 50 à 50, & la portez sur la Ligne donnée FG, depuis son extremité F en H, & les deux parties FH, GH, seront dans la raison de deux nombres donnez 50, 90.



Demonstration.

Car si l'on tire par le point D, à la Ligne AC, la parallèle DI, on aura CI, égale à DE, & par conséquent à FH, parce que l'on a fait FH, égale à DE : & à cause de BC, égale à FG, par la construction, on aura BI, égale à GH; & parce que AD est de 50 parties, & AB de 140, & par conséquent DB, de 90, & que par 2. 6. la raison des Lignes CI, BI, est égale à celle des deux AD, DB, 50, 90, il s'ensuit que la raison des deux Lignes FH, GH, égales aux deux CI, BI, est éga-

²² **USAGE DE LA LIGNE**
le aussi à celle des deux nombres donnez 50, 90.
Ce qu'il falloit demontrer.

SCOLIE.

Si les deux nombres donnez sont trop petits , on les multipliera chacun par un même nombre tel que l'on voudra , pour avoir leurs équemultiples , lesquels étant en même raison que les deux nombres donnez , pourront servir pour la solution du Probleme , pourvu que leur somme ne soit pas plus grande que 200, parce que le plus grand nombre des parties égales ne passe pas 200.

On fera tout le contraire , quand les deux nombres donnez seront trop grands , c'est-à-dire qu'on les divisera chacun par un même nombre tel que l'on voudra , pour avoir deux autres nombres plus petits , dont on pourra se servir à la place des deux donnez , puisqu'ils seront dans la même raison , comme étant semblables parties aliquotes des deux nombres donnez.

Il est évident que s'il falloit couper la Ligne F G , en parties proportionnelles à plus que de deux nombres donnez , il faudroit ajoûter ensemble tous ces nombres donnez , pour avoir leur somme , & travailler comme il vient d'être enseigné.

Si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de diverse espece , on les reduira en d'autres fractions de même denomination , & en ne gligeant le denominateur commun , on se servira des numerateurs à la place des fractions proposées.

PROBLEME III.

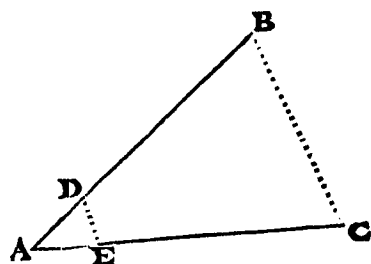
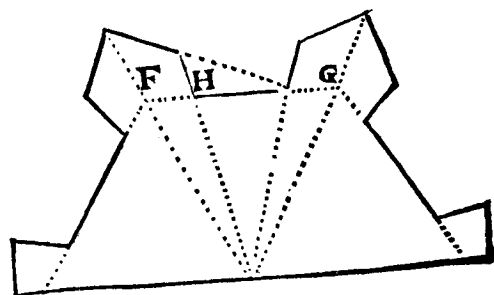
Etant données deux Lignes & les Parties égales de l'une , trouver les Parties égales de l'autre.

Si on applique la longueur de la Ligne , dont les Parties égales sont connues , de côté & d'autre au nombre de ces Parties sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion , & que l'on porte la longueur de l'autre ligne , sur la même Ligne de ces Parties égales , sans changer l'ouverture du Compas de proportion , en sorte que cette longueur s'accorde de part & d'autre à un même nombre ; ce nombre sera celui des Parties égales qu'on cherche.

Exemple.

Que la ligne F G , soit par exemple le côté intérieur d'un Polygone fortifié , & que ce côté étant supposé de 120 Parties égales , ou de 120 toises , il faille trouver dans ces mêmes parties la quantité de la Demi gorge F H. Supposons comme à l'ordinaire , que les lignes A B , A C , soient chacune la Ligne des Parties égales du Compas de proportion , que le centre soit A , & que les deux points B , C , soient les points marquez 120. Ayant ouvert le Compas de proportion , en sorte que la distance B C de 120 à 120 , soit égale à la Ligne donnée F G , & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert , portez avec le Compas com-

24 **USAGE DE LA LIGNE**
 mun la longueur de l'autre ligne donnée FH, sur
 la Ligne des parties égales, en sorte que cette lon-



gueur réponde de côté & d'autre en deux points
 également éloignez du centre A, c'est à dire
 d'un même nombre des parties égales, comme
 D, E : & si ce nombre se rencontre par exemple 26,
 c'est à dire, si chacune des deux Lignes égales A D,
 A E, se trouve de 26 parties, on conclura que la
 ligne FH, contient 26 parties semblables à celles
 dont FG en comprend 120.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles ABC,
 ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des deux

25 **DES PARTIES ÉGALES**
 Lignes BC, DE, ou de leurs égales FG, FH, est
 égale à celle des deux AB, AD, ou des deux nom-
 bres 120, 26. C'est pourquoy la Ligne FG, étant
 de 120 parties égales, il est de nécessité que la
 Ligne FH contienne 26 de ces mêmes Parties. Ce
 qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

On pourra connoître de la même façon la
 quantité d'une Face, d'un Flanc, d'une Courtine,
 & de toutes les autres Lignes d'un Polygone for-
 tifié Mais si la Ligne FG se trouve trop grande pour
 pouvoir être appliquée sur la Ligne des Parties éga-
 les, on se servira de sa moitié ou de son tiers, en
 prenant pareillement la moitié ou le tiers du nom-
 bre de la Ligne DE, pour la Ligne FH. Et si le
 nombre des parties supposées de la Ligne FG, est
 trop grand, on se servira aussi de la moitié ou du
 tiers de ce nombre, après quoy on prendra le
 double ou le triple du nombre des Parties égales
 que l'on trouvera pour la Ligne FH, pour avoir en
 ce double, ou en ce triple, le véritable nombre des
 Parties égales de la même Ligne FH.

PROBLEME IV.

*Etant donnée une Ligne, & le nombre des
 Parties égales qu'elle contient, en retran-
 cher tel nombre que l'on voudra de ces
 Parties.*

Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée
 de côté & d'autre, au nombre des Parties éga-

26 **USAGE DE LA LIGNE**
 les qu'elle contient, sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, portez la distance du nombre des Parties égales qu'on veut retrancher, prise de part & d'autre sur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainsi ouvert, sur la Ligne proposée depuis l'une de ses extrémités vers l'autre extrémité, & le Probleme sera résolu.

Exemple.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille retrancher du côté interieur FG, que nous supposons de 120 toises, la ligne FH, de 26 toises, telle que doit être la Demi-gorge dans l'Exagone, selon notre Methode nouvelle de fortifier, qui convient parfaitement bien aux meilleures maximes de la Fortification : Appliquez la Ligne donnée FG, sur chaque Ligne des Parties égales AB, AC, du Compas de proportion, de 120 à 120, en sorte que la distance BC, de 120 à 120 soit égale à la Ligne proposée FG ; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance DE de 26 à 26, sur la Ligne donnée FG, depuis son extrémité F en H, & la ligne FH sera de 26 Parties égales, dont la ligne FG en comprend 120, dont la demonstration est tout à-fait la même que celle du Probleme precedent.

SCOLIE.

Vous voyez par la pratique de ce Probleme & du precedent, que la Ligne des Parties égales du Compas de proportion peut tres-commodément servir d'Echelle pour quelque Plan que ce soit, pourvu que l'on sçache la quantité d'un de ses cô-

DES PARTIES ÉGALES. 27
 tez, & que l'on peut aisément tracer un Plan sur le papier, & le reduire en un Volume plus grand ou plus petit de la maniere que l'on voudra. Cela est trop clair pour en parler davantage.

Je diray seulement que si la Ligne FG est trop grande, on se servira de sa moitié ou de son tiers, & on prendra le double ou le triple du nombre donné pour la Ligne FH ; Et que si le nombre des parties supposées de la Ligne FG est trop grand, on se servira aussi de la moitié ou du tiers de ce nombre, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre donné pour la Ligne FH.

PROBLEME V.

Trouver une Ligne égale à la circonference d'un Cercle donné.

Puisque le Diametre d'un cercle est à sa circonference, environ comme 100 est à 314, ou comme 50 est à 157 comme nous avons démontré dans notre *Geometrie Pratique* ; Il s'ensuit que si on applique le Diametre du Cercle donné de 50 à 50, sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & que le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, on prenne sur la même Ligne des Parties égales la distance de 157 à 157, on aura la longueur de la circonference qu'on cherche.

SCOLIE.

Si on ne peut pas ouvrir commodément le Compas de proportion. en portant la longueur du Dia-

28 **USAGE DE LA LIGNE**
 metre du cercle donné de 50 à 50 pour être trop grande, on la portera de 100 à 100, & alors la distance de 157 à 157, donnera seulement la moitié de la circonférence du cercle proposé.

Si tout au contraire en connoissant la circonférence d'un Cercle, on vouloit trouver son Diametre, il faudroit appliquer la longueur de cette circonférence de 157 à 157, sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & prendre la distance de 50 à 50 sur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainsi ouvert, pour avoir le Diametre qu'on cherche.

PROBLEME VI.

Ouvrir le Compas de proportion, en sorte que l'angle des deux lignes des Parties égales soit droit.

Formez de deux nombres quelconques, comme de 6, 12, ce Triangle rectangle 180 144, 108, & ayant pris sur la Ligne des Parties égales depuis le centre du Compas de proportion, 180 parties, appliquez cette longueur sur la même Ligne des Parties égales, de part & d'autre de 108 à 144, & le Compas de proportion se trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez, à l'égard de la Ligne des Parties égales, comme il est évident par 47. 1.

SCOLIE.

Si les nombres du Triangle rectangle sont trop petits on se servira de leurs doubles, ou de leurs

DES PARTIES ÉGALES. 29

triples, comme il faudroit se servir de leurs moitiés, ou de leurs tiers, s'ils étoient trop grands: Mais pour empêcher que cela n'arrive, il faut que les deux nombres generateurs soient tels, que la somme de leurs quarez ne passe pas 200, parce que la Ligne des parties égales ne contient pas plus de 200 parties.

Pour former un Triangle rectangle de deux nombres donnez, on prendra la somme de leurs quarez pour l'hypoténuse, la différence des mêmes quarez pour un côté, & le double du produit de ces deux mêmes nombres pour l'autre côté.

Ce Probleme se peut proposer, & résoudre plus généralement, en faisant que l'angle des deux Lignes des parties égales soit égal à un angle donné, en cette sorte.

Ayant pris depuis le centre du Compas de proportion, sur la Ligne des parties, le nombre des parties que contient le Sinus de la moitié de l'angle proposé pour un Sinus total de 200 parties, appliquez cette longueur sur la même Ligne des parties égales, de côté & d'autre toujours de 100 à 100, & les deux Lignes des parties égales feront un angle égal au proposé.

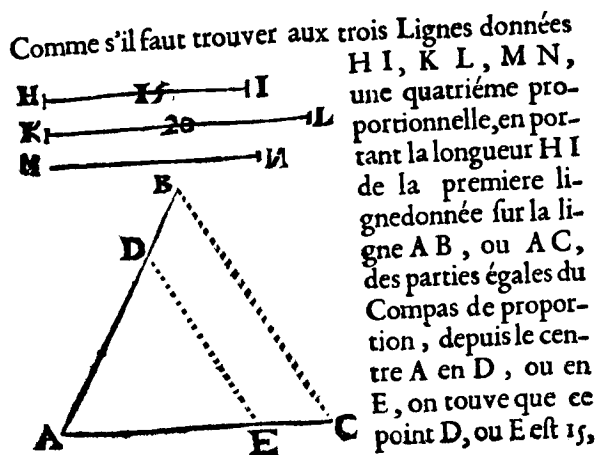
PROBLEME VII.

A trois lignes données trouver une quatrième proportionnelle.

Ayant porté la longueur des deux premières Lignes données, chacune sur la Ligne des

30 **USAGE DE LA LIGNE**
parties égales du Compas de proportion, qu'il ne sera pas nécessaire d'ouvrir, parce que cette transposition se doit faire depuis le centre, pour savoir combien chacune de ces deux Lignes contient de parties égales, écrivez sur chacune le nombre des parties égales qu'elle comprendra, pour vous en souvenir; & ayant appliqué la longueur de la troisième Ligne donnée de part & d'autre sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre égal à celui des parties égales de la première ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des parties égales, la distance de côté & d'autre du nombre égal à celui des parties égales de la seconde Ligne donnée, & cette distance donnera la longueur de la quatrième Ligne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.



DES PARTIES EGALES. 31

par exemple, on marquera 15 sur la ligne H I : & pareillement en portant la longueur de la seconde ligne donnée K L, sur la même Ligne A B ou A C, des parties égales, depuis le centre A, en B, ou en C, on trouve que ce point B ou C, est par exemple 20, on écrira 20 sur la seconde ligne K L. Après cela ouvrez le Compas de proportion, en sorte que la distance D E de 15 à 15, sur la ligne des parties égales, soit égale à la troisième ligne donnée M N, & alors la distance B C de 20 à 20 fera la quatrième proportionnelle qu'on cherche, c'est-à-dire que les quatre lignes H I, K L, M N, B C, seront proportionnelles.

Démonstration.

Car on connoît par 4. 6. dans les deux Triangles isocèles semblables A B C, A D E, que les quatre lignes A D, A B, D E, B C, sont proportionnelles, & parce que les trois premières A D, A B, D E, sont égales aux trois données H I, K L, M N, il est de nécessité que les quatre lignes H I, K L, M N, B C, soient aussi proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Il est évident par 16. 5. qu'on peut prendre la troisième ligne donnée M N, pour la seconde K L, & celle-cy pour celle-là, ce qui peut en quelque rencontre faciliter la pratique de ce Probleme.

Si les deux premières lignes données sont plus longues que le Compas de proportion, on en portera la longueur sur une échelle plus grande, divisée exactement en parties égales, pour

32 **USAGE DE LA LIGNE**
 pouvoir connoître le nombre des parties égales qu'elles contiennent : ou bien on pourra en leur place porter sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion leurs moitez ou leurs tiers, pour avoir le nombre de leurs parties égales, qui sera pris pour celui des deux Lignes proposées ; parce qu'ainsi on trouvera toujours la même ligne quatrième proportionnelle, comme il évident par 11. 5.

Si la troisième Ligne donnée est aussi trop grande, pour pouvoir être appliquée sur le Compas de proportion, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, & alors, le double ou le triple de la quatrième proportionnelle qu'on trouvera, sera la quatrième Ligne proportionnelle qu'on cherche, ou bien on se servira de la moitié ou du tiers de la première & de cette troisième, & la quatrième proportionnelle qu'on trouvera, sera celle qu'on cherche.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme, on peut aisément trouver à deux Lignes données une troisième proportionnelle, sçavoir en ajoutant aux deux Lignes données une troisième égale à la deuxième, & en cherchant à ces trois Lignes une quatrième proportionnelle, comme il vient d'être enseigné.

On pourra aussi facilement trouver à trois figures semblables données une quatrième figure semblable proportionnelle, sçavoir en cherchant aux côtez homologues des trois figures données une quatrième ligne proportionnelle, qui sera le côté homologue de la figure qu'on cherche : & pareillement

DES PARTIES ÉGALES.

33

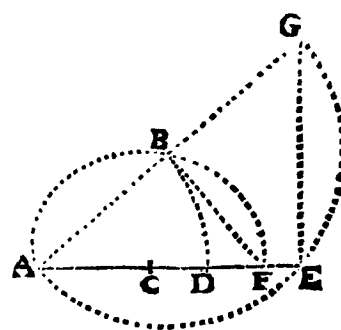
teillement à trois Cercles donnez, ou à trois Spheres données, un quatrième Cercle, ou une quatrième Sphere proportionnelle, sçavoir en cherchant à leurs trois Diametres un quatrième Diametre proportionnel.

Enfin on peut aisément sur une Ligne donnée décrire un Plan semblable à un Plan donné, augmenter ou diminuer une Ligne donnée, selon une raison donnée, & résoudre plusieurs autres Problemes, dont la construction sera facile à inventer à celui qui aura bien compris la theorie & la pratique de ce Probleme, & des precedens.

Or comme les Lignes proportionnelles sont d'un frequent usage dans la Geometrie, j'enseigneray icy en passant une maniere prompte & facile pour

Trouver geometriquement à deux Lignes données une troisième proportionnelle, & à trois une quatrième.

Premierement pour trouver aux deux Lignes



données AC, AD, une troisième proportionnelle, inscrivez dans le demicercle ABF, décrit de l'extrémité C, par l'autre extrémité A, de la première Ligne donnée AC, la droite AB, égale à l'autre Ligne donnée AD, & décrivez

du centre B, par la même extrémité A, une circonférence de cercle AEG, qui rencontre icy C

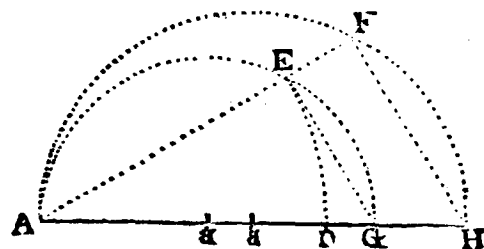
la première Ligne donnée AC , prolongée au point E , & termine la Ligne AE , qui sera troisième proportionnelle aux deux données AC , AD .

Démonstration.

Car si on prolonge l'Arc AE , jusqu'à ce qu'il coupe la Ligne AB , prolongée en G , & qu'on tire les droites EG , BF , on aura dans les deux Triangles Rectangles semblables ABF , ABG , cette Analogie, AF , $AG :: AB$, AE , & si à la place des deux premiers termes AF , AG , on met leurs moitiés AC , AB , on aura celle-cy, AC , $AB :: AB$, AE , où l'on voit qu'à cause de AB , égale à AD , par la construction, la Ligne AE est troisième Proportionnelle aux deux données AC , AD , ce qu'il falloit démontrer.

Si la seconde Ligne donnée AD , se trouve trop grande, pour pouvoir être inscrite dans le demi-cercle ABF , on n'y inscrira que sa moitié, ou que son tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne AE , fera la troisième proportionnelle qu'on cherche.

Secondement, pour trouver une quatrième proportionnelle aux trois Lignes données AB , AC , AD , qui doivent être mises d'un même côté en Ligne droite, & partir d'un même point, tel qu'est icy le point A , décrivez par ce point commun A , des extrémités B , C , de la première & de la seconde Ligne donnée AB , AC , les deux Arcs ABG , ACH , & inscrivez dans le premier ABG , la droite AE , égale à la troisième Ligne donnée AD , & cette Ligne AE , étant prolongée jusqu'à la circonférence du second Arc ACH , donnera la



longueur AF de la quatrième Ligne proportionnelle qu'on cherche, de sorte que les quatre Lignes AB , AC , AD , AF , seront proportionnelles.

Démonstration.

Car si on acheve les demi-cercles ABG , ACH , & qu'on tire les droites EG , FH , on aura dans les deux Triangles Rectangles semblables ABG , ACH , cette Analogie, AG , $AH :: AE$, AF , & si à la place des deux premiers termes AG , AH , on met leurs moitiés AB , AC , & au lieu de la Ligne AE , son égale AD , on aura cette autre Analogie, AB , $AC :: AD$, AF , ce qu'il falloit démontrer.

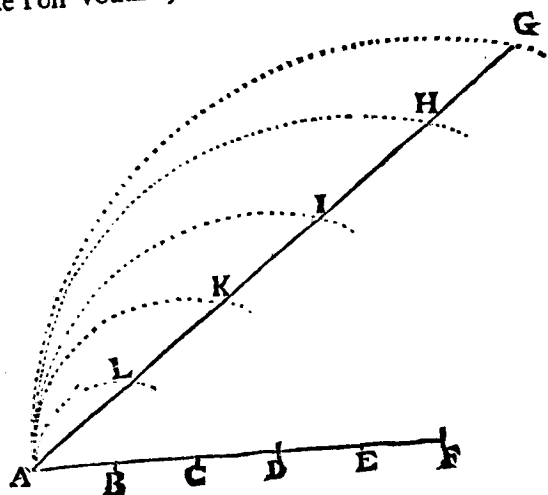
Si la troisième Ligne donnée AD , est trop grande pour pouvoir être inscrite dans le premier demi-cercle ABG , il y faut inscrire la seconde AC , si elle est plus petite; & au lieu de décrire le second demi-cercle ACH du centre C , on le décrira du centre D : car ainsi on trouvera toujours la même quatrième proportionnelle AF , parce que, par 11. §. il est permis de changer de place aux

USAGE DE LA LIGNE

deux dernières Lignes données AC, AD.
Ou bien n'inscrivez dans le premier demi-cercle AEG, que la moitié ou le tiers de la Ligne trop grande AD, & alors la moitié ou le tiers de la Ligne AF terminée par le second demi-cercle AFH décrit du centre C, fera la quatrième proportionnelle qu'on cherche.

On pourra par le même principe trouver à deux Lignes données une troisième proportionnelle, en ajoutant aux deux Lignes données une troisième égale à la seconde, comme nous avons déjà dit ailleurs.

Mais on peut aussi par le même principe diviser une Ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.



Parcourez sur la Ligne infinie AF cinq parties égales d'une grandeur volontaire aux points A, B,

DES PARTIES ÉGALES.

C, D, E, F, si vous voulez diviser la Ligne donnée en cinq parties égales, & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonferences de cercle. Après cela appliquez la Ligne donnée sur le plus grand cercle, en commençant depuis A laquelle par exemple soit AG, & cette Ligne AG se trouvera divisée par les autres circonferences de cercle en cinq parties égales aux points H, I, K, L, comme il est aisé à démontrer.

USAGE DE LA LIGNE des Plans.

LA Ligne des Plans, sert pour trouver avec facilité un Plan multiple, ou sou-multiple d'un Plan semblable donné, d'augmenter & de diminuer un Plan selon une raison donnée, de trouver entre deux Lignes données une moyenne proportionnelle, & pour résoudre plusieurs autres Problèmes de Geometrie, entre lesquels nous ajouterons icy seulement ceux qui sont les plus nécessaires, & qui viennent le plus en pratique, parce que les autres étant d'une Theorie plus profonde & d'une pratique moins ordinaire, doivent être résolus d'une manière aussi plus Geometrique, & plus scientifique.



PROBLEME I.

Etant donné un Triangle, trouver un autre Triangle semblable en raison donnée.

Appliquez la longueur d'un côté du Triangle donné, sur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée: & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Plans la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue du Triangle qu'on cherche. C'est de la même façon que l'on trouvera les côtés homologues aux deux autres côtés du Triangle proposé.

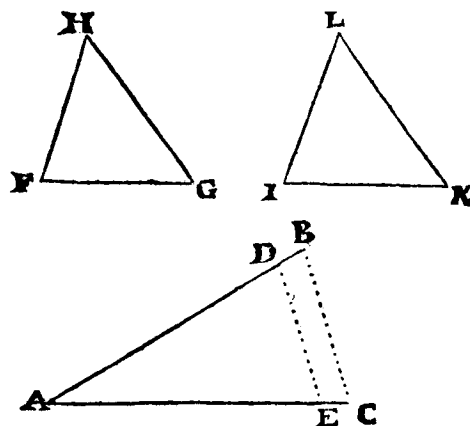
Exemple.

Soit donné le Triangle F G H, & qu'il luy faille trouver un autre Triangle semblable, en sorte que le Triangle F G H, soit à celui qu'on cherche, comme par exemple 3 à 4.

Supposons que les Lignes A B, A C, soient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, que le centre soit A, que les points marquez 4, ou du quatrième Plan soient B, C, & que les points marquez 3, ou du troisième Plan soient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtés du Triangle donné F G H, comme au côté F G, portez la longueur de ce côté F G, sur la Ligne

DES PLANS.

des Plans A B, A C, de côté & d'autre de 3 à 3, en sorte que la distance D E de 3 à 3 soit égale au



même côté F G, & alors la distance B C de 4 à 4, sera le côté I K homologue au côté F G, & l'on trouvera de la même façon le côté I L homologue au côté F H, & le côté K L homologue au côté G H, & le Triangle I K L sera celui qu'on cherche, c'est-à-dire qu'il sera semblable au Triangle donné F G H, & que ce Triangle F G H sera au Triangle I K L, comme 3 à 4.

Démonstration.

Car dans les deux Triangles isocèles semblables, A B C, A D E, on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes D E, B C, A D, A B, sont proportionnelles, & par 22. 6. que leurs quarrés sont aussi proportionnels; & parce que les deux quarrés

USAGE DE LA LIGNÉ

AD, AB, sont entre-eux comme 3 à 4, par la construction de la Ligne des Plans, les deux quarrez DE, BC, ou FG, IK, seront aussi entre-eux comme 3 à 4 ; & l'on connoîtra de la même façon, que les deux quarrez FH, IL, sont aussi dans la raison de 3 à 4 aussi bien que les deux GH, KL, d'où il suit par 11. 5. que les trois quarrez FG, FH, GH, sont proportionnels aux trois côtez du Triangle FGH, & par 22. 6. que les trois côtez du Triangle IKL. C'est pourquoy par 5. 6. ces deux Triangles seront semblables, & par 19. 6. le Triangle FGH sera au Triangle IKL, comme 3 à 4, ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si les deux termes de la raison donnée sont trop grands, on prendra leurs soumultiples, en les divisant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : & si'ils sont trop petits, on prendra leurs Multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvu que le plus grand nombre qui viendra, ne surpasse pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand Plan n'est que 64.

Si les deux termes de la raison donnée ont leurs Racines quarrées précises, on se servira de ces Racines quarrées, mais au lieu de travailler sur la Ligne des Plans, on travaillera sur la Ligne des parties égales : car ainsi les côtez homologues des deux Triangles semblables seront dans la raison de ces Racines quarrées, & par 19. 6. les deux Triangles seront dans la raison des deux nombres donnez.

DES PLANS.

Enfin si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de différente espece, on les reduira en deux autres fractions de même denomination, & en negligant le Denominateur commun, on se servira des deux Numerateurs à la place des deux fractions proposées, pour travailler sur la Ligne des Plans comme il a été enseigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à un cercle donné trouver un autre cercle en raison donnée, en travaillant par le Diametre du cercle donné pour avoir le Diametre du cercle qu'on cherche ; & pareillement à un Polygone donné trouver un autre Polygone semblable en raison donnée, en reduisant le Polygone donné en Triangles par une ou plusieurs Diagonales, & en cherchant autant de Triangles semblables dans la raison donnée, lesquels étant joins ensemble donneront le Polygone qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut à l'aide de ce Probleme augmenter & diminuer un Polygone donné, ou un cercle donné, selon une raison donnée, parce que cette raison peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

*Trouver la raison de deux Plans
semblables donnez.*

POrtez la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Polygones donnez sur la Ligne des

42 **USAGE DE LA LIGNE**
Plans du Compas de proportion à un même nombre de part & d'autre tel que l'on voudra ; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert , portez sur la même Ligne des Plans la longueur du côté homologue de l'autre Plan donné , pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond : & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Plan donné , seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Exemple.

Reprenons la Figure précédente , & qu'il faille trouver la raison des deux Triangles semblables donnez FGH, IKL. Supposons que les deux Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion ; & que le centre soit A. Ayant porté la longueur du côté FG de côté & d'autre sur la Ligne des Plans au nombre 3 , par exemple , en sorte que la distance DE , de 3 à 3 soit égale au côté FG , laissez le Compas de proportion ainsi ouvert , & portez la longueur du côté IK , homologue au côté FG , sur la même Ligne des Plans , à un même nombre de part & d'autre , comme de B en C , où soit par exemple le nombre 4. Cela étant , je dis que le Plan FGH, est au Plan IKL, comme 3 à 4 , dont la démonstration est tout-à-fait la même que celle du Probleme précédent.

SCOLIE.

Si le côté du plus grand Plan donné est trop grand , pour pouvoir être appliqué sur le Compas

DES PLANS.

43

de proportion , qui seroit trop peu ouvert , il faut porter la longueur du côté du plus petit Plan donné sur un même nombre de la Ligne des Plans , le plus proche du centre qu'il sera possible , afin que le Compas de proportion étant ainsi plus ouvert , on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand Plan donné.

Mais si le côté du plus petit Plan donné se trouve trop grand pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Plans à un même nombre de part & d'autre comme nous avons dit , il le faudra porter depuis le centre sur la même Ligne des Plans , & aussi le côté homologue du plus grand Plan donné , pour avoir les deux nombres des côtes homologues des deux Plans donnez , & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que si ces deux côtes homologues se trouvent encore trop grands , on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers : & pour ne pas tomber dans cette difficulté , si l'on peut , on se servira dans chaque Plan donné des deux plus petits côtes homologues , lors que les deux Plans donnez seront réguliers.

Ce Probleme se peut aussi résoudre assez facilement par le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion , sçavoir en cherchant à deux côtes homologues des deux Plans donnez une troisième Ligne proportionnelle , comme il a été enseigné au *Probleme VI. de l'Usage de la Ligne des Parties égales* : parce que par 20. 6. les nombres des parties égales que contiendront la première & la troisième proportionnelle , seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

USAGE DE LA LIGNE COROLLAIRE.

Comme les Cercles sont dans la raison des quarrés de leurs Diametres, par 2. 12. on voit aisément que l'on peut par le moyen de ce Probleme trouver avec la même facilité la raison de deux cercles donnez en se servant de leurs Diametres, comme de deux côtés homologues, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le Compas de proportion, en sorte que les deux Lignes des Plans fassent un Angle droit.

Ayant pris avec le Compas commun sur la Ligne des Plans, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur d'un nombre de Plans tel que l'on voudra, appliquez cette longueur sur la même Ligne des Plans de part & d'autre à un même nombre égal à la moitié du precedent, & alors les deux Lignes des Plans feront au centre un angle droit.

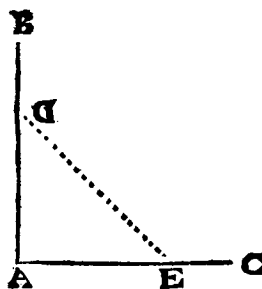
Exemple.

Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre sera par consequent en A. Supposons encore que les points B, C, soient chacun les points du trente-deuxième Plan, par exemple, que les points D, E, soient chacun le

DES PLANS.

45

point du 16^e. Plan, moitié du premier 32. Je dis que si vous ouvrez le Compas de proportion, en sorte que la distance DE de 16 à 16 soit égale à AB, ou à AC, l'Angle A sera droit.



Demonstration.

Car puisque AB, ou DE est 32, & que AD est 16, moitié de 32. le quarré DE sera par la construction de la Ligne des Plans, double du quarré AD, ou AE, & par consequent égal aux deux quarrés AD, AE, d'où il suit par 48. 1. que l'angle A est droit. Ce qu'il falloit demontrer.

COROLLAIRE.

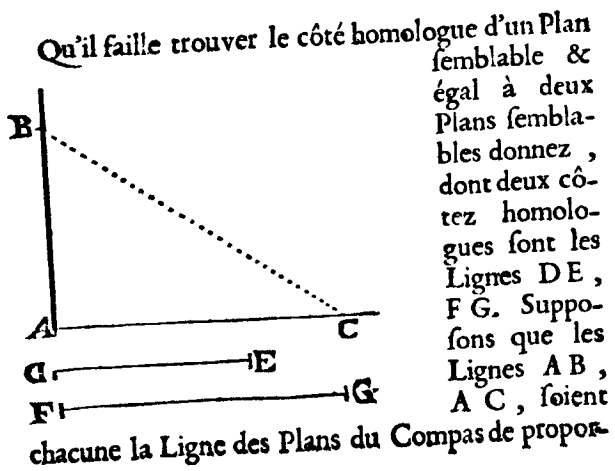
Il suit évidemment de la pratique de ce Probleme, que si la Ligne DE est plus grande en puissance que le double de la Ligne AD, c'est-à-dire que si le plan AB, égal à DE, est plus grand que le double du Plan AD, l'angle A sera obtus, & aigu, si le Plan AB est moindre que le double du Plan AD.



PROBLEME IV.

Trouver un Plan semblable & égal à deux Plans semblables donnez.

A Yant porté deux côtez homologues tels que l'on voudra des deux Plans donnez sur la Ligne des Plans du Compas de proportion, en commençant depuis le centre, pour connoître le nombre des Plans de chacun, & ayant ouvert le Compas de proportion à angle droit, par le Probleme precedent, la distance des deux nombres trouvez prise de côté & d'autre sur la Ligne des Plans, donnera le côté homologue d'un Plan semblable & égal aux deux donnez.

Exemple.

DES PLANS.

47

tion dont le centre est A, que le côté DE étant porté sur la Ligne des Plans AB, depuis le centre A en B, ce point B soit le 4^e Plan & que l'autre côté FG étant pareillement porté sur l'autre Ligne des Plans AC, depuis le centre A en C, que ce point C soit le 9^e Plan. Cela étant supposé, le Compas de proportion étant ouvert à angle droit, en sorte que l'angle A soit droit, la distance BC de 4 à 9, prise de côté & d'autre sur la Ligne des Plans, sera le côté homologue d'un Plan semblable & égal aux deux donnez, dont DE, FG, sont deux côtez homologues.

Demonstration.

Car, par 47. 1. le quarré BC étant égal aux deux quarrés AB, AC, ou DE, FG, la Ligne BC sera par 31. 6 le côté homologue d'un Plan semblable & égal aux deux donnez, dont DE, FG, sont deux côtez homologues. Ce qu'il falloit demontrer.

S C O L I E.

Si les côtez DE, FG, ne peuvent pas être portez sur la Ligne des Plans, pour être trop grands, on en portera seulement la moitié ou le tiers; & alors le double ou le triple de la distance BC sera le côté homologue qu'on cherche.

Ce Probleme se peut aussi résoudre, sans qu'il soit besoin d'ouvrir à angle droit le Compas de proportion, comme vous verrez dans la methode que nous enseignerons pour ajoûter ensemble deux Solides semblables, par le moyen de la Ligne des Solides, cette methode étant la même pour les

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme on peut se vanter de sçavoir la maniere d'ajouter ensemble autant de Plans semblables que l'on voudra, en ajoutant ensemble les deux premiers, & en ajoutant à la somme le troisième, & ainsi en suite.

On peut aussi facilement trouver un cercle égal à plusieurs cercles donnez, en travaillant par leurs Diametres confidez comme les côtez homologues d'autant de Plans semblables.

PROBLEME V.

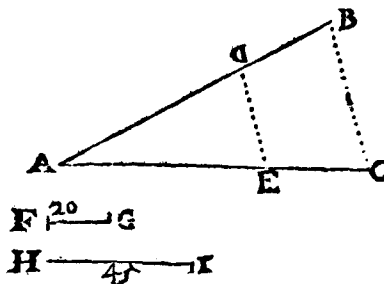
*Entre deux Lignes données, trouver une
moyenne proportionnelle.*

Ayant porté chacune des deux Lignes données sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ou sur quelque autre Ligne divisée en parties égales, pour sçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée de part & d'autre sur la Ligne des Plans du Compas de proportion à un nombre égal à celui de ses parties égales, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Plans de côté & d'autre la distance du nombre égal à celui des parties égales de la plus petite des deux Lignes données, pour avoir la
moyenne

Exemple.

Qu'il faille trouver une moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données F G, H I, dont

la plus petite F G contient par exemple 20 parties égales, & la plus grande H I en contient 45. Supposons que les Lignes A B, A C, soient



chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre est A : que les points B, C, soient chacun le 45^e Plan, & les points D, E, chacun le 20^e Plan. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée H I, sur la Ligne des Plans de part & d'autre aux points B, C, en sorte que la distance B C de 45 à 45 soit égale à la plus grande Ligne donnée H I, & alors la distance D E de 20 à 20 sera moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données F G, H I.

Démonstration.

Car dans les Triangles isosceles semblables A B C, A D E, on a par 4. 6. cette Analogie, A B, A D :: B C, D E, ou A B, A D :: H I, D E, à cause de B C, égale à H I, par la construction : c'est pourquoy, par 22. 6. on aura celle-cy A B q, A D q ;
D

50 **USAGE DE LA LIGNE**
 HIq, DEq, & si à la place des deux premiers termes ABq, ADq, on met les deux nombres 45, 20, qui sont en même raison, par la construction de la Ligne des Plans, ou bien si à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes HI, FG, qui sont aussi en même raison, on aura cette autre Analogie, HI, FG :: HIq, DEq, & enfin si aux deux premiers termes HI, FG, on donne la hauteur commune HI, on aura cette Analogie HIq, FGH I :: HIq, DEq, où l'on voit, que le Rectangle FGH I est égal au carré DE, & que par 17. 6. la Ligne DE, est moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données FG, HI. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les nombres des parties égales des deux Lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles, ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Ce Probleme se peut aussi résoudre par le moyen de la Ligne des parties égales, mais comme la solution en est plus longue, nous n'en parlerons pas davantage.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme, on peut aisément réduire un Plan en carré, comme par exemple un cercle, en cherchant entre son rayon & la moitié de sa circonférence une moyenne proportionnelle : un Triangle, en cherchant entre un de ses côtés & la moitié de sa perpendiculaire une moyenne proportionnelle : & telle autre Figure plane

DES PLANS.

51

que l'on voudra, parce qu'on la peut aisément réduire en Triangle.

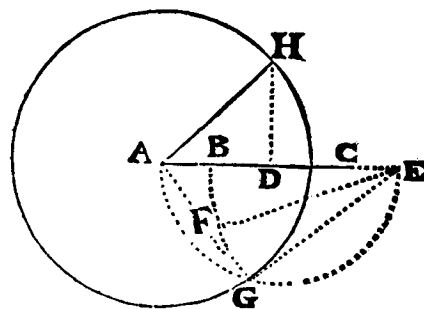
On peut aussi facilement trouver une figure semblable & égale à la différence de deux Plans semblables donnez, sçavoir en cherchant entre la somme & la différence de deux côtés homologues quelconques une moyenne proportionnelle, qui sera le côté homologue de la figure qu'on cherche, &c.

Or comme l'usage d'une moyenne proportionnelle est très considérable dans la Geometrie, nous ajouterons icy, pour ceux qui aiment la speculation des Mathematiques, une méthode curieuse pour

Trouver Geometriquement entre deux Lignes données, une moyenne proportionnelle.

Que les deux Lignes données soient AB, AC, que je suppose placées en Ligne droite, l'une sur l'autre, & tirées du même point A, pour avoir une construction plus facile, telle qu'est la suivante.

Ayant prolongé la plus grande Ligne donnée AC



en E, en sorte que la Ligne CE soit égale à la plus petite Ligne donnée AB, & ayant tiré la Ligne AB, par son extrémité B, la perpendiculaire BF égale à la même Ligne AB, inscrivez dans un demi-cercle décrit alentour de la Ligne D ij

52 **USAGE DE LA LIGNE**
 AE, la Ligne EG, égale à la Ligne EF, & décrivez du centre A, par le point G, une circonférence de cercle, qui se trouve icy coupée par la Ligne Locale AH, qui fait en A avec AC, un Angle demidroît, au point H, duquel on doit tirer à la ligne AC, la perpendiculaire AD, & la Ligne AD, sera moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC.

Demonstration.

Car dans le Triangle rectangle AGE, on a par 47. 1. AG^2 , ou AH^2 , ou $2 AD \cdot AC = AE^2 - EG^2$, & à cause de $AE = AC$, $2 AD \cdot AC = AC^2 - EG^2$, par 4. 2. ou de $AE = AC$, $2 AD \cdot AC = 2 CA \cdot AB$, parce que l'on a fait CE égale à AB, & encore à cause de $EG = AD$, ou $EF = BF$, par 47. 1. ou de $EF = AB$, $2 AD \cdot AC = 2 CA \cdot AB$, & par conséquent $AD = AB$, & l'on connoitra par 17. 6. que la Ligne AD est moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Cette construction a été tirée de l'Equation constitutive du Problème, que nous avons reduite en deux lieux, sçavoir en un lieu à la Ligne droite, & en un lieu au cercle, en cette sorte.

Si l'on suppose $AB = a$, $AC = b$, & $AD = x$, on aura $xx = ab$, pour l'Equation constitutive du Problème, que l'on reduira en deux lieux, en supposant premièrement ce lieu à la Ligne droite, $x + y = b$ pour avoir $x = b - y$, & par conséquent $xx = bb - 2by + yy$, d'où ôtant le double de l'Equation

DES PLANS.

53 constitutive, sçavoir $2xx = 2ab$, on aura ce lieu au cercle. $-xx = bb - 2ab - 2by + yy$, dont le rayon est Rab , que l'on peut trouver geometriquement sans supposer l'invention d'une moyenne proportionnelle, sçavoir par la seule soustraction des deux quarez aa , bb , du quarré $aa + 2ab + bb$ de la somme $a + b$ des deux Lignes données AB, AC, comme vous avez vû dans la construction.

Si vous voulez un lieu à un autre cercle, & par conséquent une autre construction, mettez $x + y$ à la place de b , ce qui se peut faire à cause du lieu supposé à la Ligne droite $x + y = b$, & l'Equation constitutive $xx = ab$, se changera en celle-cy $xx = ax + ay$, dont le double $2xx = 2ax + 2ay$ étant ôté de $xx = bb - 2by + yy$, on aura cet autre lieu au cercle, $-xx = bb - 2ax - 2ay - 2by + yy$, dont le rayon est $R. 2aa + 2ab$, lequel on peut trouver aussi Geometriquement sans aucune moyenne proportionnelle, sçavoir par l'addition des deux quarez aa , $aa + 2ab + bb$, & par la soustraction du quarré bb , comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, lors qu'il aura le bonheur de paroître.

On peut encore trouver un lieu à un autre cercle donné, & par conséquent une troisième construction, car dans le lieu supposé à la Ligne droite $x + y = b$, on trouvera $y = b - x$, & par conséquent $yy = bb - 2bx + xx$, d'où ôtant $2xx = 2ax + 2ay$, qui est le double de l'Equation constitutive changée, on aura cet autre lieu au cercle, $yy - 2ax - 2ay = bb - 2bx - xx$, dont le rayon est $R. 2aa - 2ab + 2bb$, que l'on peut trouver pareillement sans aucune moyenne proportionnelle sçavoir par la seule addition des trois quarez aa , bb , $aa - 2ab + bb$, comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, où nous

USAGE DE LA LIGNE

avons expliqué & démontré à fonds ces deux dernières constructions, & ce n'est pas le lieu icy d'en dire davantage. Ceux qui voudront sçavoir plus particulièrement la maniere de refoudre par deux lieux les Equations de deux dimensions, pourront voir *nos deux Traités des lieux Gometriques, & de la construction des Equations* qui sont precedez d'un *Traité des Lignes du premier genre.*

V S A G E

De la Ligne des Polygones.

La Ligne des Polygones sert principalement à diviser un cercle donné en autant de parties égales que l'on voudra, ce qu'il faut sçavoir faire dans l'Architecture militaire, pour la fortification des Places regulieres, & quelquefois aussi dans l'Architecture civile, pour la description des quareaux faits en Polygones propres pour paver une Sale. Elle sert aussi dans la Geometrie, comme par exemple, pour couper une Ligne donnée dans la moyenne & extreme raison, pour tracer un Triangle isoscele, ou l'angle à la base soit double de l'angle ou sommet, &c.

PROBLEME I.

*Décrire un Polygone regulier dans
un cercle donné.*

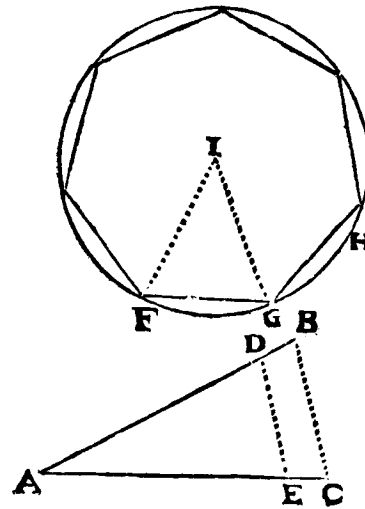
A Pliquez la longueur du rayon du cercle donné de part & d'autre sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 6 à 6^e, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert,

DES POLYGONES.

prenez sur la même Ligne des Polygones, la distance de côté & d'autre d'un même nombre égal au nombre des côtés du Polygone que vous voulez décrire, pour avoir le côté de ce Polygone.

Example.

Qu'il faille décrire un Eptagone regulier dans le cercle donné FGH, dont le centre est I, & le



D i i j

Demonstration.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des deux Lignes AB, AD, est égale à celle des deux BC, DE: c'est pourquoy comme AD est le côté d'un Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est AB, par la construction de la Ligne des Polygones, il est de necessité que DE, ou FG soit aussi le côté d'un Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est BC ou IF. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si le rayon du cercle donné est trop grand pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Polygones, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera, sera le côté du Polygone qu'on cherche.

Quand le Polygone qu'on veut décrire au dedans du cercle donné, aura plus de douze côtes, on ne pourra plus se servir de la Ligne des Polygones; & dans ce cas on se servira de la Ligne des Cordes, par le moyen de laquelle on fera l'arc FG d'autant de degrez qu'en doit avoir l'angle du centre I, lesquels on trouvera en divisant 360 degrez par le nombre des côtes du Polygone.



PROBLEME II.

Décrire sur une Ligne donnée un Polygone regulier.

Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, à un nombre égal à celui des côtes du Polygone qu'on veut décrire, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones, de côté & d'autre la distance de 6 à 6, laquelle sera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone. C'est pourquoy si avec cette ouverture on décrit des deux extremités de la Ligne donnée deux arcs de cercle, l'intersection de ces deux arcs donnera le centre de ce cercle.

Exemple.

Reprenons la Figure precedente, & supposons que sur la Ligne donnée FG, il faille décrire un Eptagone regulier. Supposons aussi que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre est A, que les points B, C, soient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Appliquez la longueur de la Ligne donnée FG, sur la Ligne des Polygones de part & d'autre aux points D, E, en sorte que la distance DE de 7 à 7, soit égale à la Ligne donnée FG; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, dé-

58 USAGE DE LA LIGNE

crivez avec la distance BC de 6 à 6, prise sur la même Ligne des Polygones, des deux extrémités F, G, deux arcs de cercle, dont le point de section I, sera le centre du cercle circonscriptible, de sorte que la Ligne BC sera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone.

Démonstration.

Car dans les deux Triangles isocèles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la rai on des deux Lignes AD, AB, est égale à celle des deux DE, BC, & comme la Ligne AD est le côté d'un Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est AB, par la construction de la Ligne des Polygones, il faut que la Ligne DE, ou FG, soit aussi le côté d'un Eptagone regulier, inscrit dans un cercle, dont BC est le rayon. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si la Ligne donnée est trop petite, pour pouvoir être appliquée sur la Ligne des Polygones, il en faut appliquer le double ou le triple, & alors la moitié ou le tiers de la Ligne qu'on trouvera, sera le rayon du cercle circonscrit.

Quand le Polygone qu'on veut décrire sur la Ligne donnée, aura plus de douze côtes, on ne pourra pas se servir de la Ligne des Polygones, & alors le centre I du cercle circonscript, se trouvera par le moyen de la Ligne des Cordes, en tirant des deux extrémités F, G, de la Ligne donnée FG, les deux rayons FI, GI, qui fassent avec la Ligne donnée FG, chacune un angle égal au demi-angle

DES POLYGONES.

du Polygone, lequel demi - angle est égal au complément de la moitié de l'angle du centre. 59

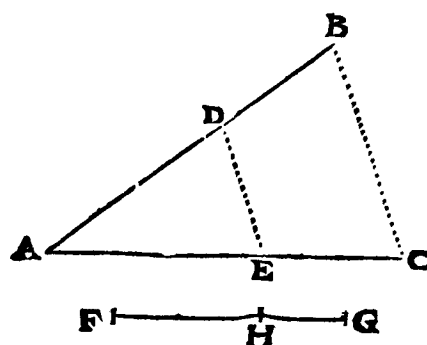
PROBLEME III.

Couper une Ligne donnée dans la moyenne & extreme raison.

Appliquez la longueur de la Ligne donnée sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion de part & d'autre de 6 à 6, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la distance de 10 à 10, laquelle donnera le plus grand segment de la Ligne proposée.

Exemple.

Qu'il faille couper la Ligne donnée FG, en H, dans la moyenne & extreme raison. Supposons que



les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre est A. Que les points B, C, soient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point du

60 USAGE DE LA LIGNE

Decagone. Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée F G sur la Ligne des Polygones de part & d'autre de B en C, en sorte que la distance B C de 6 à 6, soit égale à la Ligne donnée F G, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, la distance D E de 10 à 10, donnera la longueur du grand Segment F H.

Démonstration.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables A B C, A D E, on connoît par 4. 6. que la raison des Lignes A B, A D, est égale à celle des deux B C, D E, ou F G, F H; & comme A D, A B, sont les côtez d'un Decagone & d'un Exagone inscrits dans un même cercle, il faut que F G, F H, soient aussi les côtez d'un Exagone & d'un Decagone inscrits dans un même cercle. C'est pourquoy par le Coroll. de 9. 13. le point H divise la Ligne proposée F G, dans la moyenne & extreme raison. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si la Ligne donnée est trop longue, pour pouvoir être appliquée sur la Ligne des Polygones, on en appliquera seulement la moitié, ou le tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera, sera le plus grand segment de la Ligne proposée.

Ce Probleme se peut aussi résoudre sur la Ligne des Cordes, sçavoir en appliquant la Ligne donnée sur la Ligne des cordes de 60 à 60, & en prenant sur la même Ligne des cordes la distance de 36 à 36, qui donnera le grand segment de

DES POLYGONES.

61

la Ligne proposée, parce que le côté de l'Exagone est la corde de 60 degrez, & le côté du Decagone la corde de 36 degrez, dans un même cercle.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme on peut aisément résoudre cette Equation de deux dimensions, $xx + ax \sim aa$. sçavoir en coupant la Ligne représentée par la lettre a . dans la moyenne & extreme raison: car le plus grand segment de cette Ligne ainsi coupée sera la racine véritable de l'Equation proposée $xx + ax \sim aa$, & le plus petit sera la racine véritable de celle-cy, $xx - 3ax \sim -aa$, comme il sera aisé à démontrer à celui qui entendra l'Algebre.

PROBLEME IV.

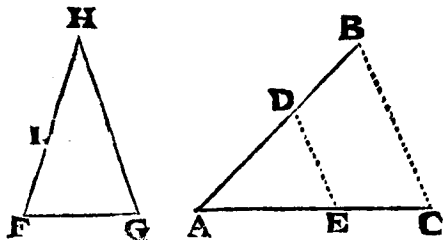
Décrire sur une base donnée un Triangle isoscele, où l'un des deux angles à la base soit double de l'angle au sommet.

A Pliquez la longueur de la base donnée, de part & d'autre sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 10 à 10, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la distance de 6 à 6, pour avoir la longueur de chacun des deux côtez du Triangle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille décrire sur la base donnée F G, un

Triangle isoscele F G H, en sorte que l'angle F, ou G, soit double de l'angle H. Supposons que les deux Lignes A B, A C, soient chacune



la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre est A. Que les points B, C, soient chacun le point 6, & les points D, E, chacun le point 10. Appliquez la Ligne donnée F G sur la Ligne des Polygones de part & d'autre de D en E, en sorte que la distance D E de 10 à 10 soit égale à la base donnée F G : & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez la distance B C, de 6 à 6, pour avoir le côté F H, ou G H du Triangle qu'on cherche.

Demonstration.

Pour la demonstration, faites H I égale à F G, ou à D E, & parce que dans les Triangles isosceles semblables A D E A B C on a par 4. 2. cette Analogie, A D, A B :: D E, B C, & que A D est le côté d'un Decagone, & A B le côté d'un Exagone, inscrits dans un même cercle il faut que D E, ou F G, ou H I soit pareillement le côté d'un Decagone, & B C ou F H le côté d'un Exagone, inscrits dans un même cercle : c'est pourquoy par 9. 13. la Ligne F H est coupée en I, dans la moyenne & extreme raison, & par 10. 4. le Triangle

63 F G H sera celui qu'on cherche. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Ce Probleme se peut aussi résoudre par le moyen de la Ligne des Cordes sçavoir en appliquant sur cette Ligne des cordes la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre de 36 à 36, & en prenant sur la même Ligne des cordes la distance de 60 à 60, qui donnera le côté du Triangle qu'on cherche.

PROBLEME V.

Ouvrir le Compas de proportion en sorte que les deux Lignes des Polygones fassent un angle droit.

Ayant pris avec le Compas commun sur la Ligne des Polygones, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur du côté du Pentagone, appliquez cette même longueur sur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre de 10 à 6, & alors les deux Lignes des Polygones feront au centre un angle droit.

Exemple.

Supposons que les Lignes A B, A C, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion dont le centre est A. Supposons encore que A B soit le côté du Pentagone, A D le côté

chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre est A. Que AB, où AC, soit la Corde de 80 degrez, & AD, où AE la Corde de 60 degrez. Ayant appliqué la longueur du Rayon FG, de part & d'autre de D en E, en sorte que la distance DE de 60 à 60 soit égale au Rayon FG, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance BC de 80 à 80 sur la circonférence du Cercle donné, depuis G en H, pour avoir l'arc GIH de 80 degrez.

Demonstration.

Car dans les Triangles Isoceles semblables ABC, ADE, on connoît, par 4. 2. que la raison des Lignes AD, AB, est égale à celle des Lignes DE, BC, ou FG, GH : & comme AB est la Corde de 80 degrez à l'égard du Rayon AD, par la construction de la Ligne des Cordes, il est de nécessité que GH soit aussi la corde de 80 degrez, à l'égard du Rayon FG, & que par conséquent l'arc GH soit de 80 degrez. Ce qu'il falloit demontrer.

SCOLIE.

On peut par une operation contraire, trouver les degrez d'un Arc, dont on connoît le demidia-metre sçavoir en appliquant ce demi-Diametre de 60 à 60 sur la Ligne des Cordes, & en transportant la Corde de l'Arc proposé sur la même Ligne des Cordes, en sorte que l'on rencontre de part & d'autre un même nombre de degrez, car ce nombre marquera la quantité de l'Arc proposé.

COROLLAIRE.

On peut par le moyen de ce Problème, faire à

un point donné d'une Ligne donnée sur le papier, un Angle d'autant de degrez que l'on voudra : ou bien connoître la quantité d'un Angle rectiligne donné sur le papier, puisque la mesure d'un tel Angle est un Arc de Cercle décrit de sa pointe. D'où il est aisé de construire sur une Base donnée un Triangle isoscele, où l'Angle de la base soit à l'Angle du sommet en raison donnée, en faisant à chaque extremité de la base donnée un Angle, dont les degrez se trouveront, en multipliant 90 degrez par la double du terme homologue à l'Angle de la base, & en divisant le produit par la somme du même double & de l'autre terme.

PROBLEME II.

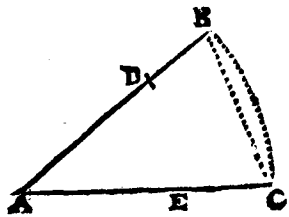
Ouvrir le Compas de proportion, en sorte que l'Angle des deux Lignes des Cordes soit d'autant de degrez qu'on voudra.

Si on prend depuis le Centre du compas de proportion sur l'une des deux Lignes des Cordes, la Corde correspondante aux degrez proposez, & qu'on en applique la longueur sur les Lignes des Cordes de côté & d'autre de 60 à 60, le Compas de proportion se trouvera ouvert comme l'on demande.

Exemple.

Qu'il faille ouvrir le Compas de proportion en sorte que les deux Lignes des Cordes fassent
E ij

un Angle par exemple de 40 degrez. Supposons que les Lignes A D, A E, soient chacune la Corde de 40 degrez, & les Lignes A B, A C, chacune la Corde de 60 degrez. Je dis que si on applique la Corde A D, ou A E de 40 degrez de côté & d'autre de B en C, en sorte que la distance B C de 60 à 60, soit égale à la Corde A D de 40 degrez, l'Angle A sera aussi de 40 degrez.



Demonstration.

Car si l'on décrit du centre A, par les points B, C, l'Arc de Cercle B C, & que l'on considère que la Ligne A D est la Corde de 40 degrez à l'égard du Rayon A B, qui est la Corde de 60 degrez, on connoîtra aisément que la Ligne B C, égale à la Ligne A D, est aussi la Corde de 40 degrez : & comme elle est la Corde de l'Arc B C, il s'en suit que l'Arc B C, & par conséquent l'Angle A est aussi de 40 degrez. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

On peut par une operation contraire à la precedente, connoître l'ouverture du Compas de proportion à l'égard de la Ligne des Cordes : car si on porte depuis le centre du Compas de proportion sur la ligne des Cordes, la distance de 60 à 60, prise de part & d'autre sur la même Ligne des Cordes, on rencontrera le nombre des degrez de l'ouverture qu'on cherche.

C'est à cause de cela que l'on ajoute quelquefois au Compas de proportion des pinnules placées sur la Ligne des Cordes, pour pouvoir mesurer un Angle sur la terre, ou pour en faire un sur la terre d'autant de degrez que l'on voudra; mais j'aurois mieux me servir d'un demi Cercle bien divisé, le Compas de proportion n'étant propre que pour travailler promptement sur le papier. C'est pourquoy je negligera icy d'expliquer plusieurs usages, qui ne sont que d'une pure curiosité.

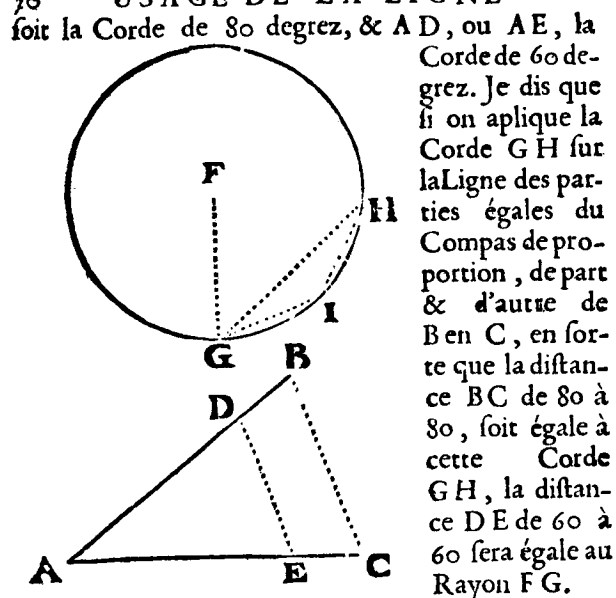
PROBLEME III.

Trouver le demi diamètre d'un Arc de Cercle donné, dont on connoît les degrez.

SI on applique la Corde de l'Arc donné sur la Ligne des Cordes du Compas de proportion, de côté & d'autre au nombre des degrez de l'Arc proposé, & qu'on laisse le Compas de proportion ainsi ouvert, la distance de 60 à 60 prise sur la même Ligne des Cordes, donnera la longueur du Rayon qu'on cherche.

Exemple.

Que l'Arc de Cercle G H soit par exemple de 80 degrez, & qu'il en faille trouver le Rayon F G. Supposons que les Lignes A B, A C, soient chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre est A. Que A B ou A C,

*Demonstration.*

Car dans les Triangles Isosceles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 2. que la raison des Lignes AB, AD, est égale à celle des Lignes BC, DE, ou GH, DE, & comme AD est le Rayon à l'égard de la Corde AB de 80 degrez par la constitution la de Ligne des Cordes, il est de necessité que DE soit aussi le Rayon à l'égard de la Corde GH de 80 degrez, & par conséquent le demi-diametre de l'Arc proposé GIH.

S C O L I E.

Si l'Arc GIH étoit simplement donné, sans en

connoître ny le centre, ny le nombre des degrez, on trouvera ce nombre de degrez, en prenant à volonté sur cet Arc un point, comme I, & en tirant les deux Cordes IG, IH, dont l'Angle GIH, étant mesuré, & son double étant ôté de 360 degrez, le reste donnera le nombre qu'on cherche.

C O R O L L A I R E.

On peut par le moyen de ce Problème, trouver aisément le centre d'un Cercle, ou d'un Arc de Cercle donné, ou bien faire passer par trois points donnez une circonference de Cercle : car si on prend sur le Cercle donné un Arc à volonté pour en connoître les degrez, comme il a esté enseigné dans le Scolie precedent, & qu'à l'intervalle du Rayon que l'on trouvera, on fasse de deux points quelconques de l'Arc donné, ou des trois points donnez deux Arcs de Cercle, qui s'entre-coupent, la section de ces deux arcs donnera le centre du Cercle qu'on cherche.

V S A G E

De la Ligne des Solides.

La Ligne des Solides à l'égard des Corps a les mêmes Usages que la Ligne des Plans à l'égard des Surfaces, comme vous allez voir dans les Problememes suivans.



PROBLEME I.

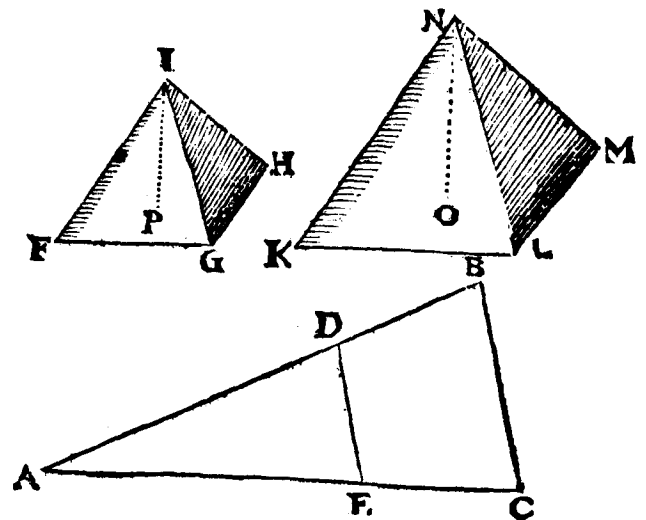
Etant donnée une Pyramide, trouver une autre Pyramide semblable en raison donnée.

Apliquez la longueur d'un côté de la Pyramide donnée, sur la Ligne des Solides du Compas de proportion à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée : & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Solides la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue de la Pyramide qu'on cherche. C'est de la même façon que l'on trouvera les côtes homologues aux autres côtes de la Pyramide proposée.

Exemple.

Soit donnée la Pyramide $FGHI$, & qu'il luy faille trouver une autre Pyramide semblable, en sorte que la Pyramide $FGHI$ soit à celle qu'on cherche, comme par exemple 16 à 54. Supposons que les Lignes AB , AC , soient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A . Que les points marquez 54, ou du 54^e Solide soient B , C , & que les points marquez 16, ou du 16^e Solide soient D , E . Pour trouver le côté homologue à l'un des côtes de la Pyramide donnée $FGHI$, comme au côté FG , portez la lon-

gueur de ce côté FG , sur la Ligne des Solides AB , AC , de côté & d'autre de D en E , en sor-



te que la distance DE de 16 à 16, soit égale au même côté FG , & alors la distance BC de 54 à 54 donnera la longueur du côté KL homologue au côté FG , & l'on trouvera de la même façon le côté LM homologue au côté GH , & pareillement la hauteur NO homologue à la hauteur IP , & ainsi des autres, & la Pyramide $KLMN$ sera celle qu'on cherche, c'est à dire qu'elle sera semblable à la Pyramide donnée $FGHI$, & que cette Pyramide $FGHI$ sera à la Pyramide $KLMN$, comme 16 à 54.

Démonstration.

Car dans les deux Triangles isosceles sembla-

74 USAGE DE LA LIGNE

bles ABC, ADE, on connoît par 4. 2. que les quatre Lignes DE, BC, AD, AB, sont proportionnelles, & par 37. II. que leurs cubes sont aussi proportionnels; & parce que les deux cubes AD, AB, sont entre eux comme 16 à 54, par la construction de la Ligne des Solides, les deux cubes DE, BC, ou FG, KL, seront aussi entre eux comme 16 à 54, & par 8. 12. la Pyramide FGHI fera à la Pyramide KLMN, aussi comme 16 à 54, parce que ces deux Pyramides sont semblables, par la construction, & par Def. 9 11. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les deux termes de la raison donnée sont trop grands, on prendra leurs soumultiples, en les divisant chacun par un même nombre tel que l'on voudra; & s'ils sont trop petits on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvu que le plus grand nombre qui viendra, ne surpasse pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand solide n'est que 64.

Si les deux termes de la raison donnée ont leurs Racines cubiques exactes, on se servira de ces Racines cubiques à la place des deux nombres donnez, mais au lieu de travailler sur la Ligne des Solides, on travaillera sur la *Ligne des parties égales*: car ainsi les côtes homologues des deux Pyramides semblables seront dans la raison de ces Racines cubiques, & par 8. 11. les deux Pyramides seront dans la raison des deux nombres donnez.

Enfin, si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de différente espece, on les réduira

DES SOLIDES.

75

en deux autres fractions de même denomination, & en negligeant le denominateur commun, on se servira des deux numerateurs à la place des deux fractions données, pour travailler sur la Ligne des Solides comme il a été enseigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à une Sphere donnée trouver une autre Sphere en raison donnée, en travaillant par le Diametre de la Sphere donnée, pour avoir le Diametre de la Sphere qu'on cherche; & pareillement à un Cone ou à un Cylindre donné, trouver un Cone ou un Cylindre semblable en raison donnée, en travaillant par le Diametre de la base & par la hauteur du Cone ou du Cylindre donné, pour avoir le Diametre de la base & la hauteur du Cone ou du Cylindre qu'on cherche.

On pourra aussi de la même façon à quelque autre Corps donné que ce soit, trouver un Corps semblable en raison donnée, en travaillant séparément pour chaque côté du Solide donné, pour avoir le côté homologue du Solide qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut à l'ayde de ce Probleme augmenter ou diminuer un Solide donné, & par consequent une Sphere donnée, & aussi un Cone & un Cylindre donné, selon une raison donnée, parce que cette raison donnée peut être de plus grande ou de moindre inégalité.



PROBLEME II.

Trouver la raison de deux Solides semblables donnez.

Portez la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Solides donnez sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à un même nombre tel que l'on voudra ; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez sur la même Ligne des Solides la longueur, du côté homologue de l'autre Solide donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond, & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Solide, feront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Exemple.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille trouver la raison des deux Pyramides semblables données F G H I, K L M N. Supposons que les deux Lignes A B, A C. soient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Ayant porté la longueur du côté F G de part & d'autre sur la Ligne des Solides au nombre 16 par exemple, en sorte que la distance D E de 16 à 16 soit égale au côté F G, laissez le Compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté K L homologue au côté F G, sur la même Ligne des Solides, à un même nombre de côté & d'autre, comme de B en C, où soit par exemple le

nombre 54 ; cela étant je, dis que le Solide F G H I est au Solide K L M N, comme 16 à 54, dont la demonstration est la même que celle du Probleme precedent.

S C O L I E.

Si le côté du plus grand Solide donné est trop grand, pour pouvoir être appliqué sur le Compas de proportion, qui seroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Solide donné sur la Ligne des Solides, le plus proche du centre qu'il sera possible, afin que le Compas de proportion étant ainsi plus ouvert, on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand Solide donné.

Mais si le côté du plus petit Solide donné se trouve trop grand, pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Solides à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre sur la même Ligne des Solides, & aussi le côté homologue du plus grand Solide donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Solides donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que si ces deux côtez homologues se trouvent encore trop grands, on se servira de leurs moitez, ou de leurs tiers : & pour ne pas tomber dans cette difficulté, si l'on peut, on se servira dans chaque Solide donné des deux côtez homologues les plus petits, lorsque les deux Solides donnez seront irreguliers.

Ce Probleme se peut aussi résoudre par le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, sçavoir en cherchant à deux côtez homo-

78 USAGE DE LA LIGNE

logues des deux Solides donnez une troisième Ligne proportionnelle, & à ces trois Lignes une quatrième proportionnelle, comme il a été enseigné au *Probl. VI. de l'Usage de la Ligne des parties égales*, parce que par 33. 11. les nombres des parties égales que contiendront la première & la quatrième proportionnelle, seront les deux termes de la raison qu'on demande.

COROLLAIRE.

Comme les Spheres sont dans la raison des cubes de leurs Diametres, par 18. 12. on void aisément que l'on peut par le moyen de ce Probleme trouver avec la même facilité la raison de deux Spheres données, en se servant de leurs Diametres, comme de deux côtes homologues. Et pareillement on pourra trouver la raison deux Cones, ou de deux Cylindres semblables donnés, en se servant des Diametres de leurs bases, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le Compas de proportion, en sorte que l'Angle des deux Lignes des Solides soit droit.

Ayant pris sur la Ligne des Solides depuis le centre du Compas de proportion, le côté du 15^e Solide, appliquez-en la longueur sur la même Ligne des Solides, de part & d'autre de 3 à 8, & le Compas de proportion se trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez à l'égard de la Ligne des Solides, parce que le carré du côté du 15^e Solide est à peu

DES SOLIDES.

79

près égal au carré du côté du 3^e Solide, & au carré du côté de 8^e Solide, sans qu'il s'en manque seulement une millieme partie de la longueur du Compas de proportion, ce qui est de petite consequence pour la pratique, comme l'on peut voir dans la Table des Solides, qui vous fera connoître que l'on peut aussi appliquer la longueur du plus grand & 64^e Solide, prise depuis le centre sur la Ligne des Solides, de part & d'autre de 3 à 52, ou de 9 à 46, ou bien encore de 16 à 30, sans que l'erreur soit seulement d'une millieme partie de la longueur du plus grand Solide.

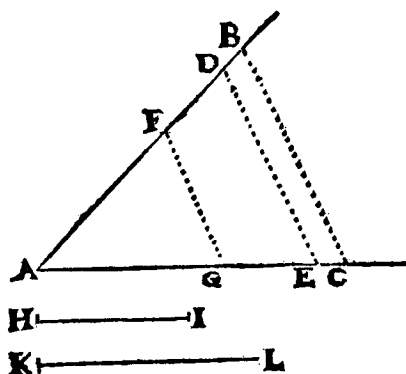
PROBLEME IV.

Trouver un Solide semblable & égal à deux Solides semblables donnés.

Supposant que l'un des côtes du premier Solide donné soit d'un nombre de Solides tel que l'on voudra, appliquez-en la longueur sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à ce nombre supposé, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la longueur du côté homologue du second Solide donné sur la même Ligne des Solides, en sorte que cette longueur réponde de côté & d'autre à un même nombre : & alors la distance du nombre égal à la somme de ces deux nombres, prise de part & d'autre sur la Ligne des Solides, donnera le côté homologue du Solide qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Solide semblable & égal a deux Solides semblables donnez, dont deux côtez homologues soient les Lignes HI, KL. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Supposons encore que les deux points F, G, soient chacun le point par exemple de 8.



Solide, auquel on appliquera si l'on veut, la longueur du côté HI, en sorte que la distance FG de 8 à 8 soit égale à ce côté HI, pour appliquer ensuite sur la même Ligne des Solides la longueur de l'autre côté KL, de part & d'autre de D en E, en sorte que les points D, E, soient chacun également éloignés du centre A, c'est à dire d'un même nombre de Solides, qui soit par exemple 27; en sorte que la distance KL de 27 à 27 soit égale à cet autre côté KL. Cela fait, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, je dis que la distance BC de 35 à 35, qui est la somme des deux nombres précédens 8, 27, qui expriment la raison des deux Solides donnez, est égale au côté homologue d'un Solide semblable & égal aux deux Solides donnez,

donnez, dont deux côtez homologues sont HI, KL.

Démonstration.

Car dans les Triangles isocèles semblables ABC, AFG, on a par 4. 6. cette analogie, $AB, AF :: BC, FG$: c'est pourquoy par 27. 11. on aura celle-cy, $ABc, AFc :: BCc, FGc$, & si à la place des deux premiers termes ABc, AFc , on met les deux Nombres 35, 8, qui sont en même raison, parce que AB est le côté du 35^e Solide, & AF le côté du 8 on aura cette autre analogie, 35, 8 :: BCc, FGc , & en divisant on aura celle-cy, 27, 8 :: BCc, FGc , & si à la place des deux premiers termes 27, 8, on met les deux cubes AD, AF, qui sont en même raison, parce que AD est le côté du 27^e Solide, & AF, le côté du 8: ou bien si à la place de ces deux ADc, AFc , on met les deux DEc, FGc , qui sont en même raison, à cause des Triangles isocèles semblables ADE, AFG, on aura cette autre analogie, $DEc, FGc :: BCc, FGc$, où l'on voit que le cube DE, ou HI, est égal à la différence des deux BC, FG, ou IK, & que par conséquent le cube BC, est égal à la somme des deux HI, KL. D'où il suit par 33. 11. que la ligne BC, est un côté homologue d'un Solide semblable & égal aux deux Solides semblables donnez, dont deux côtez homologues sont les lignes HI, KL. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Pour n'avoir pas un Nombre trop grand dans la somme des deux Nombres, qui expriment la raison des deux Solides donnez, on donnera au côté du premier Solide donné un Nombre de Solides le plus

petit que l'on pourra, afin que l'autre nombre des Solides du côté homologue du second Solide, soit aussi plus petit, & qu'ainsi la somme de ces deux nombres, se puisse trouver sur la Ligne des Solides.

COROLLAIRE.

Il suit aisément de la pratique de ce Probleme, que l'on peut ajouter ensemble plus que de deux Solides semblables donnez, sçavoir en ajoutant ensemble les deux premiers, & en ajoutant à la somme le troisième, & ainsi ensuite.

On peut aussi facilement trouver une Sphere égale à plusieurs Spheres donnees, en travaillant par leurs Diametres confidez comme les côtez homologues d'autant de Solides semblables: & trouver pareillement un Cone, ou un Cylindre égal à plusieurs Cones, ou à plusieurs Cylindres donnez, sçavoir en travaillant par les Diametres de leurs bases, & par leurs hauteurs, &c.

On peut aussi à l'imitation de ce Probleme, trouver un Solide semblable & égal à la difference de deux Solides semblables donnez, si au lieu d'ajouter ensemble les deux nombres de leur raison, on ôte le plus petit du plus grand, &c.



LEMME.

Si de quatre Lignes les trois premieres sont proportionnelles, & que le Cube de la troisième soit égal au Solide sous la premiere, & le Quarré de la quatrième, ces quatre Lignes seront dans une proportion continue.

JE dis que si des quatre Lignes FG, KL, DE, HI, les trois premieres FG, KL, DE, sont proportionnelles, & que le Solide FGHI, sous la premiere FG, & le quarré de la quatrième HI, soit égal au Cube de la troisième DE, ces quatre Lignes FG, KL, DE, HI, seront continuellement proportionnelles.

Demonstration.

Puisque par la Supposition le Solide FGHI, est supposé égal au Cube DE, on aura par 34. 11. cette analogie, FG, DE :: DEq, HIq, & si on donne aux deux premiers termes FG, DE, la hauteur commune DE, on aura cette autre analogie, FGDE, DEq :: DEq, HIq, & si à la place du Plan FGDE, on met le quarré KL, qui luy est égal, par 17. 6. à cause des trois proportionnelles FG, KL, DE, on aura cette autre analogie, KLq, DEq :: DEq, HIq, où l'on void par 22. 6. que les trois

Fij

84 **USAGE DE LA LIGNE**
 lignes KL, DE, HI, sont proportionnelles : & parce que les trois lignes FG, KL, DE, sont aussi proportionnelles, par la supposition, il est de nécessité que les quatre FG, KL, DE, HI, soient continuellement proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

PROBLEME V.

Entre deux Lignes données, trouver deux Moyennes proportionnelles.

Ayant porté chacune des deux Lignes données sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, ou sur quelque autre Ligne divisée en Parties égales, pour sçavoir le nombre des Parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée de part & d'autre sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, à un nombre égal à celui de ses Parties égales, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Solides de côté & d'autre, la distance du nombre égal à celui des Parties égales de l'autre Ligne donnée, pour avoir la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche, entre laquelle & la plus petite Ligne donnée une Moyenne proportionnelle, sera la plus petite des deux Moyennes qu'on cherche.

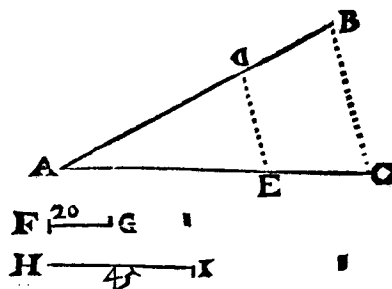
Exemple.

Qu'il faille trouver deux Moyennes proportion-

DES SOLIDES.

85 nelles entre les deux Lignes données FG, HI, dont

la plus petite FG contienne par exemple 20 Parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Li-



gne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A : que les points B, C, soient chacun le 45^e Solide, & les points D, E, chacun le 20^e Solide. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne HI, sur la Ligne des Solides, de part & d'autre aux points B, C, en sorte que la distance BC de 45 à 45, soit égale à la plus grande Ligne donnée HI, & alors la distance DE de 20 à 20 fera la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'est-à-dire la troisième de quatre continuellement proportionnelles, dont FG est la première, & HI la quatrième ; & si entre cette troisième trouvée DE, & la première FG, on trouve une Moyenne proportionnelle, on aura la seconde.

Démonstration.

Car dans les Triangles isocèles semblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette analogie, AB. AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cause de BC
 F iij

86 USAGE DE LA LIGNE
 égale à HI, par la construction ; c'est pourquoy
 par 37. 11. on aura celle-cy, $ABc, ADc :: Hlc,$
 DEc , & si à la place des deux premiers termes
 ABc, ADc , on met les deux nombres 45, 20, qui
 sont en même raison, par la construction de la
 Ligne des Solides, ou bien si à la place de ces
 deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes
 HI, FG , qui sont aussi en même raison, on aura
 cette autre analogie, $HI, FG :: Hlc, DEc$, & enfin
 si aux deux premiers termes HI, FG , considerez
 comme des hauteurs, on donne la base commune
 HIq , on aura cette dernière analogie, $Hlc,$
 $FGHIq :: Hlc, DEc$, où l'on voit que le Solide
 $FGHIq$ est égal au cube DE . D'où il suit par le
 Lemme precedent que la Ligne DE est la plus
 grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on
 cherche. Ce qu'il falloit demontrer.

SCOLIE.

Si les nombres des Parties égales des deux Lignes
 données sont trop grands, on se servira de leurs
 moitez, ou de leurs tiers, comme il faudroit se
 servir des doubles ou des triples des deux mêmes
 nombres, s'ils étoient trop petits.

Or comme l'usage de deux Moyennes propor-
 tionnelles entre deux Lignes données, est absolu-
 ment nécessaire pour la réduction d'un solide en
 cube, nous ajouterons icy, pour finir agreable-
 ment ce Traité, une maniere facile de

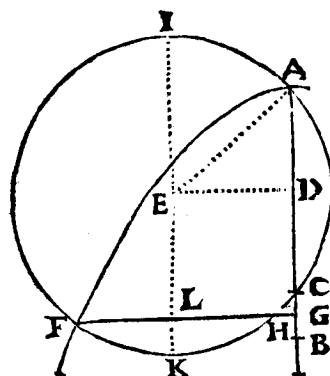
*Trouver geometriquement entre deux Lignes don-
 nées, deux Moyennes proportionnelles.*

Pour trouver deux Moyennes proportionnelles
 entre les deux Lignes données AB, AC , divisez

DES SOLIDES.

87

l'une de ces deux, comme AC , en deux égale-
 ment au point D , & luy tirez par ce point D , la
 perpendiculaire DE , égale à la moitié de l'autre
 Ligne donnée AB , pour décrire du centre E , par



les points
 A, C , une
 circonfer-
 ce de Cer-
 cle AIFK.
 M Apres ce-
 la decrivez
 par le point
 A , sur l'a-
 xe AC , la
 Parabole
 FAM , dont
 le Para-
 metre soit

AC , & par la section F du Cercle & de la Parabole,
 tirez la droite FG , perpendiculaire à l'axe AC ,
 & les deux Lignes AG, FG , seront les deux
 Moyennes qu'on cherche ; de sorte que les quatre
 Lignes AB, AG, FG, AC , seront dans une con-
 tinuelle proportion.

Demonstration.

Car si on tire le Diametre IK perpendiculaire à
 la Ligne FG , ou parallele à l'axe AB , les deux
 Lignes LF, LH , seront égales entre-elles, par
 3. 3. ensuite de quoy on connoitra aisément, que
 la somme des deux Lignes FG, GH , est égale à la
 Ligne AB .

Cela étant supposé, on considerera que par la
 propriété de la Parabole, on a cette analogie, $AC,$
 Fiiij

88 USAGE DE LA LIGNE
 $FG :: FG, AG$, & que par la propriété du Cercle, on a celle-cy, $CG, GH :: FG, AG$. C'est pourquoy on aura celle-cy, $AC, CG :: FG, GH$, & en composant on aura celle-cy, $AC, AG :: FG, AB$, parce que la Ligne AB , est égale à la somme des deux FG, GH . De cette dernière analogie, & de la première il suit que les quatre Lignes AB, AG, FG, AC , sont dans une proportion continuë. Ce qu'il falloit démontrer.

Nous avons donné dans nôtre grand Traité d'Algebre, douze manieres différentes & tres-simples pour la solution de ce Probleme: mais comme celle-cy me semble la plus facile de toutes, outre que ce n'est pas icy le lieu d'en parler davantage, nous mettrons fin à ce Traité, pour venir plutôt au suivant.

Fin du premier Traité.



TRAITE DE LA DIVISION DES CHAMPS.



A division des Champs sert pour partager une piece de terre entre deux ou plusieurs personnes, en sorte que chacune en ait une portion égale, ou telle autre partie que l'on voudra.

Pour proceder par ordre, nous commencerons par le Triangle, qui est la première des Figures, pour aller ensuite aux Figures de quatre côtes, & en après aux Polygones, comme vous allez voir dans les Chapitres suivans.





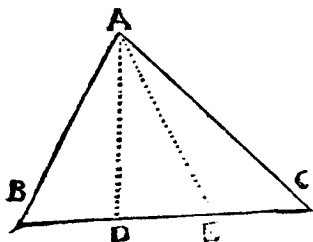
CHAPITRE I.

De la division des Triangles.

PROBLEME I.

Diviser le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes tirées de l'angle donné A.

Si vous le voulez diviser en trois Triangles égaux, par exemple, divisez le côté BC opposé à l'angle A, en trois Parties égales aux points D, E, & menez les droites AD, AE, & les trois Triangles BAD, DAE, EAC, seront égaux par 38. 1.



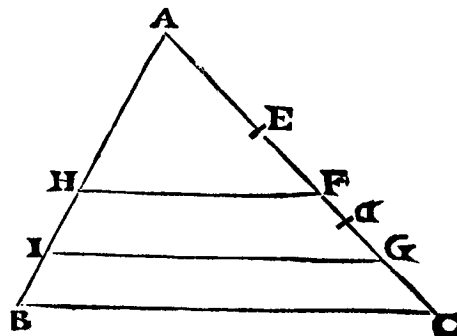
S C O L I E.

Il est évident par 1. 6. que si on vouloit diviser le Triangle donné ABC, en plusieurs Parties inégales selon une raison donnée, il faudroit diviser le côté BC, selon cette même raison, en autant de Parties inégales.

PROBLEME II.

Diviser le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes parallèles au côté BC.

Si vous le voulez diviser en trois Parties égales par exemple, divisez l'un des deux autres cô-



tez AB, AC, comme AC, en trois également aux deux points D, E, & coupez le même côté AC, aux deux points F, G, en sorte que la Partie AF soit Moyenne proportionnelle entre AC, CD, & la Partie AG Moyenne proportionnelle entre AC, CE. Après cela tirez par les deux points F, G, au côté BC, les parallèles FH, GI, lesquelles diviseront le Triangle proposé ABC, en trois Parties égales.

Demonstration.

Car puisque les deux Triangles AHF , ABC , sont semblables, ils sont dans la raison des Quarrés AF , AC , qui est la même que celle des Lignes CD , AC , à cause des trois proportionnelles CD , AF , AC , & parce que CD est le tiers de AC , le Triangle AHF est aussi le tiers du Triangle ABC .

Pareillement de ce que les Triangles AIG , ABC , sont semblables, ils sont dans la raison des Quarrés AG , AC , qui est la même que celle des Lignes CE , AC , à cause des trois proportionnelles CE , AG , AC & parce que CE est les deux tiers de AC , le Triangle AIG est aussi les deux tiers du Triangle ABC . D'où il est aisé de conclure que les deux Trapezoïdes $BIGC$, $HIGF$, sont chacun le tiers du même Triangle ABC , & qu'ainsi le Triangle proposé ABC est divisé en trois Parties égales par les deux Lignes GI , FH , qui sont parallèles au côté BC . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

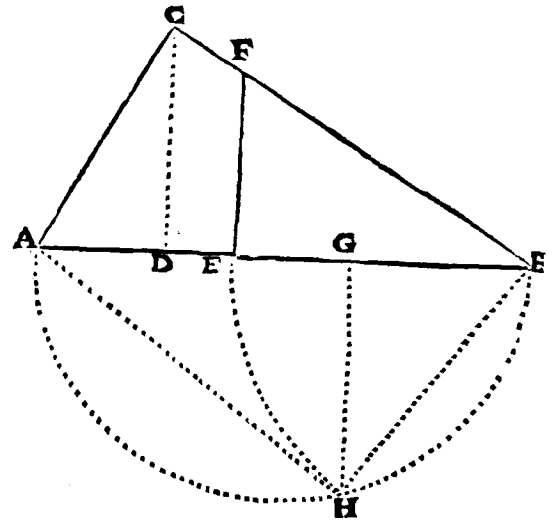
SCOLIE.

Si on vouloit diviser le Triangle ABC , en deux fois plus de parties, il faudroit diviser en deux également le Triangle AHF , par une Ligne parallèle au côté HF , comme il vient d'être enseigné, & aussi en deux également chacun des deux Trapezoïdes $HIGF$, $IBCG$, par une Ligne parallèle au côté IG , comme il sera enseigné au Probl. X. Chap. II.

PROBLEME III.

Diviser en deux également le Triangle ABC , par une Ligne perpendiculaire au côté AB .

Ayant divisé le côté AB en E , en sorte que le Quarré BE soit égal à la moitié du Re-



ctangle sous le côté AB , & le segment BD terminé par la perpendiculaire CD , tirez du point E , au côté AB , la perpendiculaire EF , qui divisera en deux également le Triangle proposé ABC .

Démonstration.

Dans les Triangles semblables CDB, FEB, on a cette analogie, $BD, CD :: BE, EF$, c'est pourquoy si aux deux premiers termes BD, CD , on donne la hauteur commune AB & aux deux derniers la hauteur commune BE , on aura celle-cy, $ABD, ABCD :: BE, BEF$, où l'on voit que puisque le Rectangle ABD est double du Quarré BE , il faut que le Rectangle $ABCD$ soit aussi double du Rectangle BEF , & en prenant leurs moitiés, on connoitra que le Triangle ABC est double du Triangle FEB . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Pour trouver le point E , divisez le segment BD en deux également au point G , & tirez par ce point G au même segment BD , la perpendiculaire GH , qui sera terminée en H par un demi cercle décrit à l'entour du côté AB , & il n'y aura plus qu'à faire BE égale à BH , dont le Quarré, ou le Rectangle ABG , est bien la moitié du Rectangle ABD .

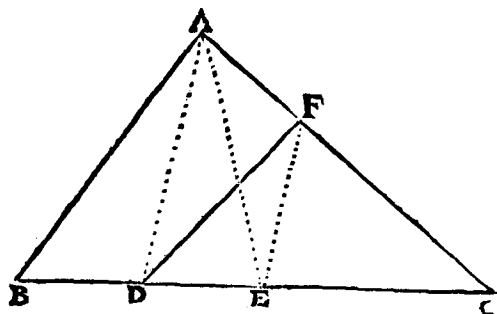
SCOLIE.

On peut de la même façon diviser le Triangle donné ABC , en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes perpendiculaires au côté AB : comme si on le vouloit diviser par exemple en trois Parties égales, il faudroit premièrement prendre la Ligne BG , égale au tiers du Segment BD , pour avoir le Quarré BE , égal au tiers du Rectangle ABD , & par conséquent le Triangle BEF égal au tiers du proposé ABC . Il faudroit ensuite prendre la Ligne BG égale aux deux tiers du Segment BD , &c. Mais il ne faut pas que le point F tombe au de-là du point C .

PROBLEME IV.

Diviser le Triangle donné ABC , en deux également par une Ligne tirée du point donné D sur le côté BC .

Ayant tiré du point donné D , à l'angle opposé A , la droite AD , tirez par le point E ,



milieu de BC , à la Ligne AD , la parallèle EF , & menez la droite DF , qui divisera le Triangle proposé ABC , en deux également.

Démonstration.

Car si on joint la droite AE , on connoitra par 1. 6. que le Triangle BAE est la moitié du Triangle ABC , & parce que le Trapeze $ABDF$ est égal au Triangle BAE , comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, il s'ensuit que le Trapeze $ABDF$ est aussi la moitié du Triangle ABC , & qu'ainsi le Triangle proposé ABC se trouve

divisé en deux également par la droite DF. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

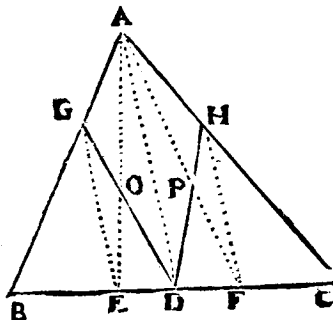
S C O L I E.

On peut par cette manière diviser le Triangle donné ABC en plusieurs Parties égales par plusieurs lignes tirées du point D : comme si on le vouloit diviser en trois Parties égales, il faudroit faire BE égale au tiers de BC, pour avoir le Trapeze ABDF égal au tiers du Triangle ABC, & ensuite faire DE égale aux deux tiers de BC, &c. Mais cela se concevra mieux dans le Probleme suivant.

PROBLEME V.

Diviser le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales que l'on voudra, par des Lignes tirées du point donné D, sur le côté donné BC.

Pour le diviser en trois Parties égales par exemple, divisez le côté donné BC, aussi en trois Parties égales aux deux points E, F, & ayant tiré la droite AD, tirez-luy par les deux points E, F, les parallèles EG, FH, pour avoir sur les côtes AB, AC, les deux points G, H, par lesquels on tirera au point donné D, les droites DG, DH, qui diviseront le Triangle proposé ABC en trois Parties égales.



Démonstration.

Démonstration.

Car si on mène les droites AE, AF, on connoîtra par 1. 6. que chacun des deux Triangles BAE, CAF, est le tiers du Triangle ABC, & parce que le Triangle BAE, est égal au Triangle BGD, à cause des Triangles égaux GOA, DOE, parties des Triangles égaux GAE, GDE, le Triangle BGD, sera aussi le tiers du Triangle ABC. Par un semblable raisonnement, on connoîtra que le Triangle CAF, est aussi égal au Triangle DHC, à cause des deux Triangles égaux APH, DPH, parties des Triangles égaux AFH, DFH, & que par conséquent le Triangle DHC, est aussi le tiers du Triangle ABC. D'où il suit que le Trapeze AGDH est aussi le tiers du même Triangle ABC, & qu'ainsi les deux Lignes DG, DH, divisent le Triangle proposé ABC, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

S C O L I E.

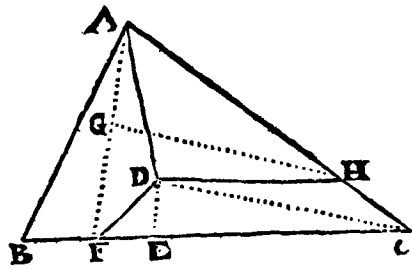
Si on vouloit diviser le Triangle donné ABC en deux fois plus de parties, on devroit diviser par *Probleme I* chacun des deux Triangles DGB, DHB, en deux également par des Lignes tirées de l'Angle D, & aussi le Trapeze AGDH, en deux également par une Ligne tirée du même Angle D, comme il sera enseigné au *Probleme VII. Chap. II.*

G

PROBLEME VI.

Tirer du point donné D, au dedans du Triangle donné ABC, trois Lignes, en sorte que l'une passe par l'Angle donné A, & que les trois divisent le Triangle donné ABC, en trois parties égales.

Ayant fait BE, égal au tiers de BC, tirez à la Ligne DE, par l'Angle donné A, la parallèle AF, & à la Ligne DC, par le point G, milieu de AF, la parallèle GH. Enfin tirez du point donné D, par les trois points



A, F, H, les Lignes DA, DF, DH, qui diviseront le Triangle proposé ABC, en trois parties égales.

Démonstration.

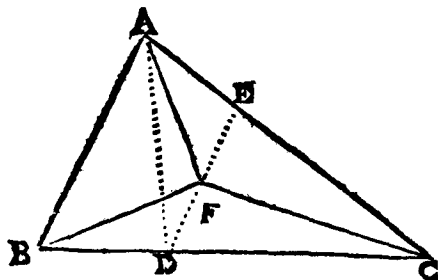
Car il est déjà bien évident que le Trapeze ABFD est le tiers du Triangle ABC, & nous démontrons au *Probleme VII. Chapitre II.* que l'autre Trapeze ACFD, est divisé en deux également par la droite DH. D'où il suit que le Triangle pro-

posé ABC, se trouve ainsi divisé en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VII.

Diviser le Triangle donné ABC, en trois parties égales, par trois Lignes tirées aux trois Angles A, B, C.

Ayant pris sur l'un des côtes, comme sur BC, la troisième partie BD, tirez par le point D, au côté adjacent AB, la parallèle DE, & par le point F, milieu de DE, tirez les trois Lignes FA, FB, FC,



qui diviseront le Triangle proposé ABC, en trois parties égales.

Démonstration.

Car il est déjà bien évident que le Triangle AFB, est le tiers du Triangle ABC, parce qu'il est égal au Triangle ABD, qui est le tiers du Triangle ABC, par 1. 6. Il est évident aussi que chacun des deux autres Triangles AFC, BFC, est le tiers du même Triangle ABC, parce qu'ils sont égaux entre eux, à cause des deux Triangles égaux CFD,

G ij

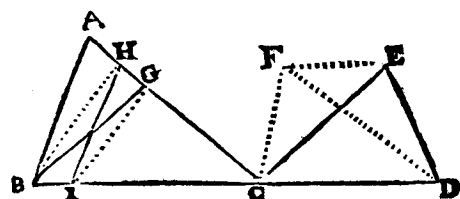
CFE, & des trois égaux AFD, AFE, BFD, par 38. 1. D'où il suit que les trois Lignes FA, FB, FC, divisent le Triangle proposé ABC, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, & ayant un Angle égal à l'un de ceux du Triangle donné ABC.

Ayant fait au point D, l'Angle CDF, égal à l'Angle ACB, par la droite DF, qui sera terminée en

E, par la Ligne EF, parallèle au côté CD, faites CI égale à DF, & CH éga-



le à CD, & menez la droite HI qui retranchera le Triangle CIH égal au Triangle CDE.

Démonstration.

Car on connoît par 4. 1. que le Triangle CIH est égal au Triangle CDF & parce que le Triangle CDF est égal au Triangle CDE par 37. 1. il suit que le Triangle CIH, est aussi égal au Triangle CDE. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME IX.

Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, par une Ligne tirée de l'Angle donné B.

Ayant fait une construction semblable à celle du Probleme precedent, & de plus ayant tiré par le point I, à la Ligne BH, la parallèle IG, menez la droite BG, qui retranchera le Triangle CBG, égal au donné CDE.

Démonstration.

Car à cause des deux parallèles CD, EF, le Triangle DCF est égal au donné CDE, par 37. 1. & à cause des quatre proportionnelles CB, CH, CI, CG, ou CB, CD, DF, CG, & des deux angles égaux BCG, CDF, le Triangle BGC sera égal au Triangle CFD, & par conséquent au donné CDE, par 15. 6. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME X.

Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, par une Ligne tirée par le point I donné sur le côté BC.

Ayant fait au point D, l'angle CDF, égal à l'angle ACB, par la droite DF, terminée en

G iij

F, par la Ligne EF, parallèle au côté CD, cherchez aux trois Lignes IC, CD, DF, une quatrième proportionnelle CH, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CHI, égal au donné CDE, & la démonstration s'en fera comme au Probleme precedent.

PROBLEME XI.

Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, par une Ligne parallèle au côté donné BC.

A Yant trouvé entre la base BC, & la hauteur AF une moyenne proportionnelle HI, & pareillement entre la base CD, & la hauteur EG, une moyenne proportionnelle LM, cherchez

aux trois Lignes HI, LM, AB, une quatrième proportionnelle AN, & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallèle NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

Démonstration.

Car puisque les quatre Lignes HI, LM, AB, AN, sont proportionnelles, on aura cette Analo-

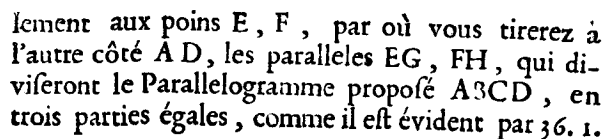
gie $HIq, LMq :: ABq, ANq$, & si à la place du carré HI on met le Rectangle AFBC, qui luy est égal à cause des trois proportionnelles, AF, HI, BC, & à la place du carré LM, le Rectangle EGCD, qui luy est égal, parce que la Ligne LM a esté faite moyenne proportionnelle entre les deux EG, CD, & enfin qu'à la place des deux carrés AB, AN, on mette les Triangles semblables ABC, ANO, qui sont en même raison, par 19. 6. On connoitra que le Rectangle AFBC, est au Rectangle EGCD, comme le Triangle ABC, au Triangle ANO, & encore si à la place des deux Rectangles AFBC, EGCD, on met leurs moitez, ou les Triangles ABC, CDE, on connoitra que les quatre Triangles ABC, CDE :: ABC, ANO, sont proportionnels, & que par conséquent le Triangle ANO doit estre égal au Triangle donné CDE. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

SCOLIE.

Ce Probleme se peut refoudre autrement & plus facilement en cette sorte. Ayant trouvé à la hauteur CP, à la hauteur EG, & à la base CD, une quatrième proportionnelle AQ, cherchez entre AB, AQ, une moyenne proportionnelle AN, & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallèle NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

Démonstration.

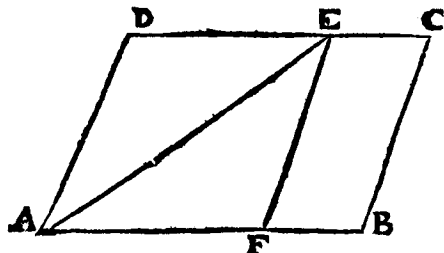
Car puisque les quatre Lignes CP, EG, CD, AQ, sont proportionnelles, le Rectangle CPAQ,



PROBLEME II.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD ,
en trois parties égales , en commen-
çant par l'Angle donné A.

Ayant fait les deux Lignes CE , BF , égales
chacune au tiers du côté AB , menez
les droites
AE , EF ,
qui divise-
ront le Pa-
rallélogra-
me propo-
sé ABCD ,
en trois
parties é-
gales.

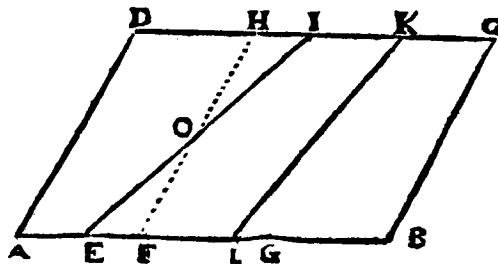
*Démonstration.*

Car il est déjà bien évident par 1. 6. que le Pa-
rallélogramme EFBC, est le tiers du proposé ABCD ,
& par 34. 1. que l'autre ADEF est divisé en deux
également par la Diagonale AE. Donc , &c.

PROBLEME III.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD ,
en trois parties égales , en commençant par
le point E donné sur le côté AB.

Ayant divisé le côté AB, en trois parties égales
aux points F, G, & ayant tiré par le point F, au



côté AB, la parallèle FH, faites DI égal à EG , &
divisez IC, en deux également au point K , & EB,
en deux également au point L , pour tirer les
droites EI, KL , qui diviseront le Parallelogramme
proposé ABCD , en trois parties égales.

Démonstration.

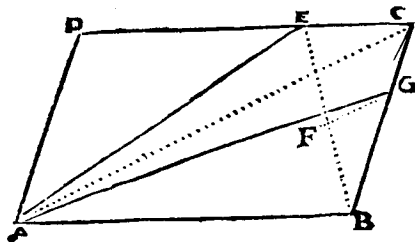
Car si l'on tire par le point F , au côté
AD , la parallèle FH , la Ligne DH sera égale à
la Ligne AF , & par conséquent à la Ligne FG , &
si des deux Lignes égales EG , DI , on ôte
les deux égales FG , DH , il restera la Ligne EF

égale à la Ligne HI , ce qui fait que les deux Triangles équiangles OEF , OHI , sont égaux par 26. 1. & que par conséquent le Trapezoïde $AEID$, est égal au Parallélogramme $AFHD$, & conséquemment au tiers du Parallélogramme proposé $ABCD$: & parce que l'autre Trapezoïde $EBCI$, se trouve divisé en deux également par la droite KL , comme nous démontrerons au Probleme VI. il s'ensuit que le Parallélogramme proposé $ABCD$, est divisé en trois parties égales par les Lignes IE , KL . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME IV.

Diviser le Parallélogramme donné $ABCD$, en trois parties égales, par deux Lignes tirées de l'Angle donné A .

A Yant fait la Ligne CE égale au tiers du côté CD , & ayant tiré par le point F milieu de la Ligne BE à la Diagonale AC , la parallèle FG , menez les deux Lignes AE , AG , qui diviseront le Parallélogramme proposé $ABCD$ en trois parties égales.



Démonstration.

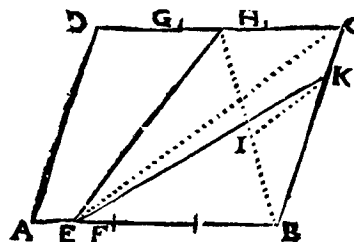
Car il a esté démontré au Probleme II. que le

Triangle ADE est égal au tiers du Parallélogramme proposé $ABCD$, & il sera démontré au Probleme VII. que la Ligne AG divise le Trapeze $ABCE$ en deux également. D'où il suit que les Lignes AE , AG , divisent le Parallélogramme proposé $ABCD$ en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME V.

Diviser le Parallélogramme donné $ABCD$, en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point donné E sur le côté donné AB .

A Yant fait les Lignes AF , DG , égales chacune au tiers du côté AB , & la Ligne GH égale à la Ligne EF , tirez par le point I , milieu de la Ligne BH , à la Ligne EC , la parallèle IK , & menez les deux Lignes EH , EK , qui diviseront le Parallélogramme proposé $ABCD$, en trois parties égales.



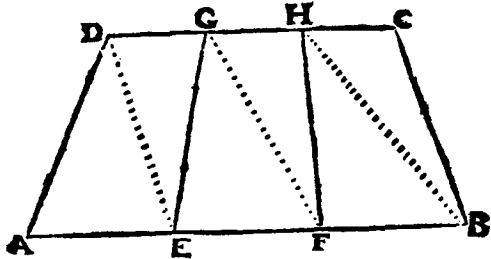
Démonstration.

Car il a esté démontré au Probleme III. que le Trapezoïde $AEHD$, est le tiers du Parallélogramme.

PROBLEME VI.

Diviser le Trapezoïde donné ABCD, en autant de Parties égales qu'on voudra.

Si vous le voulez diviser par exemple, en trois parties égales, divisez chacun des côtés paral-



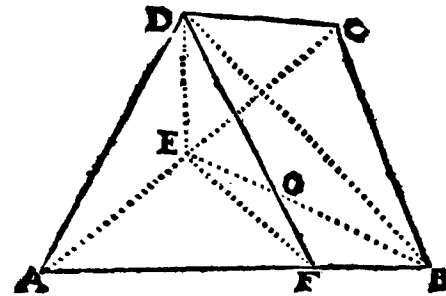
les AB, CD, en trois parties égales aux points E, F, G, H, & menez les droites EG, FH, qui diviseront le Trapezoïde proposé ABCD, en trois parties égales, puisque ces trois parties sont composées de Triangles égaux, &c.



PROBLEME VII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également par une Ligne droite tirée de l'Angle donné D.

Ayant tiré par le point E, milieu de la Diagonale AC, la droite EF, parallèle à l'autre Diagonale BD,



menez la droite DF, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux parties égales.

Démonstration.

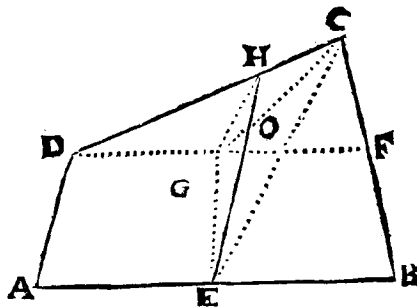
Car si aux Triangles égaux DEA, DEC, on ajoute les Triangles égaux AEB, CEB, on aura le Trapeze ADEB, égal au Trapeze CDEB, & à cause du Trapeze ADEB, égal au Triangle ADF, & du Trapeze CDEB égal au Trapeze CDFB, parce que les deux Triangles DEO, BFO, sont égaux, comme l'on connoitra en ôtant des deux Triangles égaux DEB, DFB, le Triangle commun DOB, il s'en suit que le Triangle ADF, est égal au Trapeze CDFB, & qu'ainsi la Ligne DF divise le Trapeze donné

112 DES QUADRANGLES
 ABCD, en deux également. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne droite tirée du point E milieu du côté AB.

Ayant tiré par l'Angle D, au côté donné AB, la parallèle DF, tirez par son point du milieu G à la Ligne EC, la parallèle GH, & menez la droite EH qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux également.



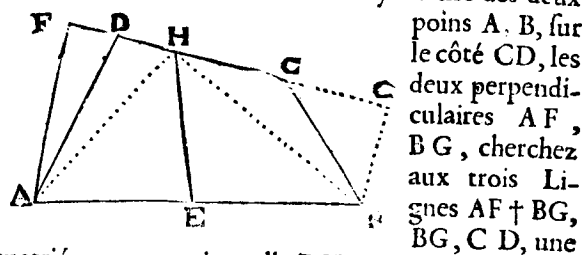
Démonstration.

Car si aux deux Trapezoïdes AEGD, BEGF, qui sont égaux par le Probleme VI. On ajoute les Triangles GCD, GCF, qui sont aussi égaux, par 38.1. on aura le Pentagone AEGCD égal au Trapeze EGCB, ou le Trapeze AEHD égal au Trapeze EHCB, à cause des deux Triangles égaux EGO, CHO, comme l'on connoitra en ôtant des deux Triangles égaux EGC EHC, le Triangle commun EOC,

CHAPITRE II. 113
 EOC, ou des deux égaux EGH, CGH, le commun GOH, &c.

SCOLIE.

Ce Probleme se peut résoudre autrement, & très-facilement en cette sorte. Ayant tiré des deux



points A, B, sur le côté CD, les deux perpendiculaires AF, BG, cherchez aux trois Lignes AF + BG, BG, CD, une quatrième proportionnelle DH, & menez la droite EH, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux parties égales.

Démonstration.

Car puisque par la construction, nous avons cette Analogie, $AF + BG, BG :: CD, DH$, en divisant, on aura celle-cy, $AF, BG :: CH, DH$, & le Rectangle AFDH sera égal au Rectangle BGCH, & par conséquent le Triangle AHD au Triangle BHC, & à cause de l'égalité des deux Triangles AEH, BEH, il s'ensuit que le Trapeze ADHE est égal au Trapeze BCHE, & qu'ainsi la Ligne EH divise le Trapeze proposé ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Ce même Probleme se peut aussi résoudre par le moyen du suivant qui est plus général.

H

PROBLEME IX.

Diviser le Trapeze donné ABCD , en deux également par une Ligne droite tirée du point E donné sur le côté CD.

Ayant tiré de l'Angle C, à la Diagonale D B, la parallèle CF, qui rencontre le côté AB, prolongé en F, divisez AF en deux également au point G, & ayant tiré de l'Angle D à la Ligne EG la parallèle DH, menez la droite EH, qui divisera en deux également le Trapeze proposé ABCD.

Demonstration.

Car à cause du Triangle ADF égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans notre Geometrie pratique, la moitié ou le Triangle ADG sera aussi la moitié du Trapeze ABCD : & parce que ce même Triangle ADG, est égal au Trapeze ADEH, à cause des paralleles EG, DH, il suit que ce Trapeze ADEH, est aussi la moitié du donné ABCD, & que par conséquent la Ligne DG divise le Trapeze donné ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME X.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne parallèle au côté donné AD.

A Yant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallèle CE, qui rencontre icy le côté AB prolongé en E, & ayant divisé AE en deux également au point F, prolongez le côté CD, jusqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & abaissez du point F, sur AG la perpendiculaire FO, qui sera finie en O, par un demi-cercle décrit à l'entour de A G. Faites enfin GH égale à GO, & tirez par le point H, au côté AD, la parallèle HI, qui divisera le Trapeze proposé ABCD en deux parties égales.

Demonstration.

Car à cause du Triangle ADE, égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans nôtre

Hi

Geometrie pratique, la moitié ou le Triangle ADF, sera égal au Trapeze BCDF: & parce que le Triangle AOG est rectangle, par 31. 3. les deux Triangles AOG, FOG seront semblables, par 8. 6. & par 4. 6. la Ligne GO, ou son égale GH, sera moyenne proportionnelle entre les deux AG, GF, c'est pourquoy la raison de ces deux Lignes AG, GF, sera égale à celle des deux quarrés AG, GH, par Coroll. 20. 6. laquelle raison est la même que celle des Triangles semblables ADG, HIG, par 19. 6. & comme la raison des mêmes Lignes AG, GF, est aussi égale à celle des deux Triangles ADG, FDG, par 1. 6. on conclut aisément, que la raison des deux Triangles ADG, HIG, est égale à celle des deux Triangles ADG, FDG, & que par conséquent le Triangle HIG, est égal au Triangle FDG; c'est pourquoy si de chacun on ôte le Triangle commun BCG, il restera le Trapeze BCIH, égal au Trapeze BCDF, ou à la moitié du Trapeze donné ABCD. D'où il suit que la droite HI, divise le Trapeze proposé ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & demontrer.

S C O L I E.

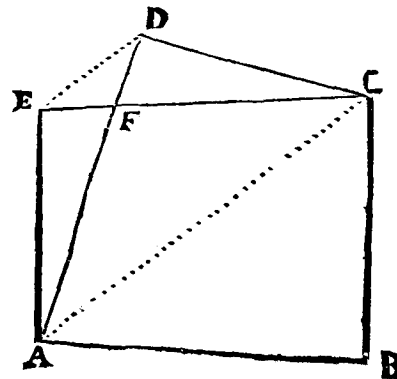
Ce Probleme se peut résoudre autrement & assez facilement, pourvu que l'on sçache réduire un Trapeze en Trapezoïde, & diviser un Trapezoïde en deux également par une Ligne parallèle à l'un des deux côtes parallèles. Ce que nous enseignerons icy brièvement.

Pour réduire premièrement le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, tirez de l'Angle A, au côté BC, la parallèle AE, qui sera finie en E, par la Ligne DE, parallèle à la Diagonale AC, & menez

la droite EC, & le Trapezoïde ABCE sera égal au Trapeze proposé ABCE.

Demonstration.

Car si des deux Triangles égaux AEC, ADC,



par 37. 1. on ôte le Triangle commun AFC, on aura le Triangle AFE égal au Triangle CFD, & si à chacun de ces deux Triangles égaux AFE, CFD, on ajoute le Trapeze ABCE, on aura le Trapezoïde

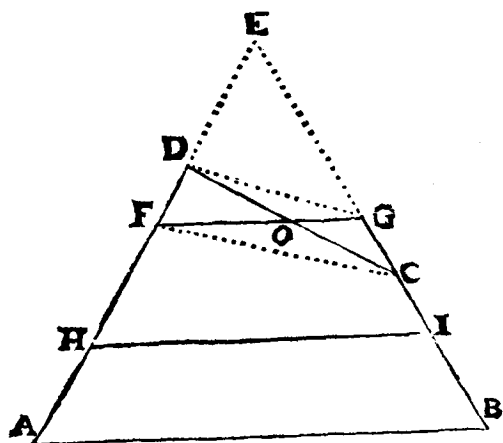
ABCE, égal au Trapeze donné ABCD. Ce qu'il falloit faire & demontrer.

Bien que cette méthode soit courte & facile, néanmoins elle ne se trouve pas propre pour notre dessein, qui est de diviser un Trapeze en deux également, parce que dans cette réduction il y a deux côtes qui changent. C'est pourquoy nous enseignerons icy une autre méthode pour réduire un Trapeze en Trapezoïde, en changeant seulement un côté.

Pour donc réduire le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, prolongez les deux côtes AD, BC, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en E, & coupez le côté AE en F, en sorte que le côté BE soit au

Hij

118 DES QUADRANGLES.
côté AE comme le Rectangle CED, au quarré EF,
ce qui est facile. Après cela menez la droite CF, &



luy tirez par le point D, la parallèle DG. Enfin menez la droite FG, qui sera parallèle au côté AB, & le Trapezoïde ABGF sera égal au Trapeze proposé ABCD.

Demonstration.

Car à cause des Triangles semblables EFC, EDG, le Rectangle FEG, sera égal au Rectangle CED, & l'on pourra faire cette Analogie, $FEG :: EFq :: CED$, EFq , & à cause que EF est une hauteur commune aux deux premiers Rectangles, on pourra faire celle-cy $EG, EF :: CED, EFq$, & si au lieu des deux derniers termes CED, EFq , on met les deux Lignes BE, AE, qui sont en même raison par la construction, on aura cette dernière Analogie, EG,

CHAPITRE II. 119

$EF :: BE, AE$, laquelle fait connoître par 6. 6. que le petit Triangle EFG, est semblable au grand EAB, & que par conséquent le côté FG est parallèle au côté AB; & qu'ainsi la figure ABGF est un Trapezoïde, lequel est égal au Trapeze proposé ABCD, à cause de l'égalité des deux Triangles FDC, FGC, par 37. 1. desquels ôtant le Triangle commun FOC, il restera le Triangle FOD égal au Triangle COG, c'est pourquoy si à chacun de ces deux Triangles égaux FOD, COG, on ajoute le Pentagone commun ABCOF, on aura le Trapeze ABCD égal au Trapezoïde ABGF. ce qu'il falloit faire & démontrer.

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la maniere de diviser en deux également le Trapezoïde ABGF, par une Ligne parallèle au côté AB, ce qui se fera en cette sorte.

Coupez le côté AE en H, en sorte que le quarré EH, soit la moitié de la somme des deux EA, EF, & menez par le point H, à la Ligne AB, la parallèle HI, qui divisera le Trapezoïde ABGF, & par conséquent le Trapeze proposé ABCD, en deux également.

Demonstration.

Car puisque la somme des quarrés EA, EF est double du quarré EH, par la construction, les trois quarrés EF, EH, EA, & par conséquent les Triangles semblables EFG, EHI, EAB, qui sont en même raison, par 19. 6. seront en proportion arithmétique: c'est pourquoy l'excès du second sur le premier, sçavoir le Trapeze HIGF, sera égal à l'excès du troisième sur le second, c'est

H iij

à dire au Trapeze ABIH. Ainsi la Ligne HI divise en deux parties égales le Trapezoïde A B G F, & par conséquent le Trapeze proposé ABCD. Ce qu'il falloit faire & demontrer.

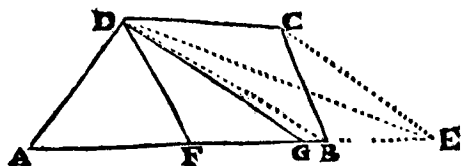
COROLLAIRE.

Il suit de la pratique de ce Probleme & du *Probleme VI.* une maniere aisée pour diviser un Trapezoïde donné en quatre parties égales par deux Lignes perpendiculaires entre-elles.

PROBLEME XI.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées de l'Angle donné D.

A Yant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre le côté AB,



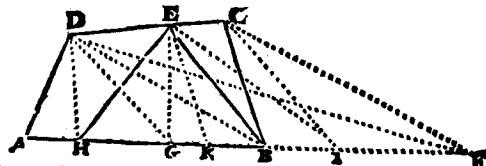
prolongé en E, divisez la Ligne AE, en trois parties égales aux points F, G, & menez les droites DF, DG, qui diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales, à cause du Triangle ADE, qui est égal au Trapeze ABCD, & qui est divisé en trois également par les droites

DF, DG, il faut prendre garde que le point G ne doit pas passer au delà du point B.

PROBLEME XII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point E, donné sur le côté CD.

A Yant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CP, qui rencontre le côté



AB prolongé en F, faites AG, égale à un tiers de AF, & ayant tiré à la Ligne GE la parallele DH, & à la Ligne BE, la parallele CI, faites HK, égale à la moitié de HI, & menez les droites EH, EK, qui diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales.

Demonstration.

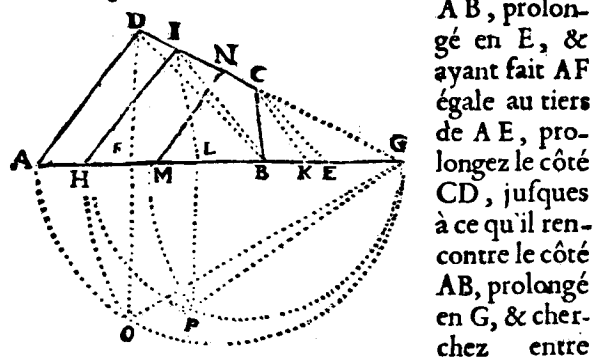
Car puisque le Triangle ADF, est égal au Trapeze ABCD, & que le Triangle ADG, en est le tiers, par 1. 6. à cause de la base AG, égale au tiers de la base AF, par la construction, le Trapeze ADEH, qui est égal au Triangle ADG, à cause de la Ligne EG, parallele à la Diagonale

DH, sera aussi le tiers du Trapeze ABCD : & parce que le Trapeze restant BCEH, se trouve divisé en deux également par la droite EK, parce qu'elle divise en deux également le Triangle HEI, qui est égal au Trapeze BCEH, il s'ensuit que les deux Lignes EH, EK, divisent le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME XIII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes parallèles au côté donné AD.

Yant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallèle CE, qui rencontre icy le côté



AB, prolongé en E, & ayant fait AF égale au tiers de AE, prolongez le côté CD, jusques à ce qu'il rencontre le côté AB, prolongé en G, & cherchez entre

AG, GF, une moyenne proportionnelle GH, & tirez par le point H, au côté AD, la parallèle HI ; Après cela tirez par le même point C, à la Ligne IB, la parallèle CK, & ayant divisé HK,

CHAPITRE II.

en deux également au point L, cherchez entre HG, GL, une moyenne proportionnelle GM, pour tirer par le point M au même côté AD, la parallèle MN, & le Trapeze proposé ABCD, se trouvera divisé en trois parties égales par les deux parallèles HI, MN.

Démonstration.

Car on démontrera comme dans le Probleme X. que le Trapeze ADIH, est le tiers du proposé ABCD, & que la Ligne MN, divise en deux également le Trapeze HBCI, qui est égal aux deux tiers du proposé ABCD. D'où il est aisé de conclure que les deux Lignes HI, MN, divisent le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

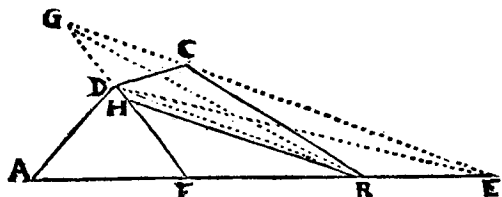
PROBLEME XIV.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées des deux Angles opposés B, D.

Yant tiré de l'Angle C, à la diagonale DB, la parallèle CE, qui rencontre le côté AB, prolongé en E, faites AF égale à un tiers de AE, & menez la droite de DF, laquelle étant prolongée rencontrera la parallèle CE, aussi prolongée en G, & ayant divisé la Ligne FG en deux également au point H, menez la droite BH, & les deux Lignes DF, BH, diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales.

Demonstration.

Car puisque la base AF , du Triangle ADF ,
est le tiers de la base AE , du Triangle ADE ,



qui est égal au Trapeze $ABCD$, ce Triangle ADF sera par 1. 6. le tiers du Triangle ADE , & par conséquent du Trapeze $ABCD$: & pareillement parce que la base FH , du triangle FBH est la moitié de la base FG du Triangle FBG , qui est égal au Trapeze $FBCD$, ou aux deux tiers du Trapeze $ABCD$, ce Triangle FBH , est la moitié du Triangle FBG , ou du Trapeze $FBCD$, & par conséquent le tiers du Trapeze $ABCD$. D'où il suit que le Trapeze proposé $ABCD$ est divisé en trois parties égales par les deux Lignes DF , BH . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

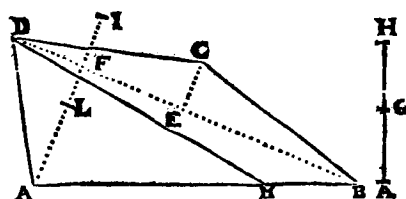
PROBLEME XV.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux Lignes données AG, AH.

Ayant tiré des Angles A, C, sur la Diagonale DB, les perpendiculaires AF, CE, &

CHAPITRE II.

ayant prolongé AF en I, en sorte que FI, soit
égale à CE, divifez AI, en L, en sorte que les
quatre Lignes AH, AG, AI, AL, soient propor-



divisez son côté AB en M, en sorte que les quatre Lignes AF, AL, AB, AM, soient proportionnelles, & menez la droite DM, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux parties ADM, BCDM dont la raison est égale à celle des deux Lignes données AG, GH.

Demonstration.

Car puisq[ue] par 1. 6. le Triangle ADM est au Triangle BDM, comme AM à BM, en composant, le Triangle ADM sera au Triangle ADB, comme AM à AB, ou comme AL à AF: & pareillement puisq[ue] le Triangle ADB est au Triangle CDB, comme AF à CE, ou FI en composant, le Triangle ADB sera au Trapeze ABCD, comme AF à AI, & si à la place du Triangle ADB, & de la Ligne AF, on met le Triangle ADM, & la Ligne AL, qui sont en même raison, comme il vient d'être démontré, on connoîtra que le Triangle ADM est au Trapeze ABCD, comme AL à AI, c'est pourquoy en divisant, le Triangle ADM est au Trapeze BCDM, comme AL à LI, ou comme AG à GH. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

SCOLIE.

On voit aisément que par le moyen de ce Probleme, on peut retrancher d'un Trapeze donné telle partie que l'on voudra, & de plus résoudre le Probleme VII. & diviser un Trapeze donné en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME XVI.

Retrancher d'un Trapeze donné une figure égale à une figure donnée.

Si l'on réduit en Triangle le Trapeze proposé, comme nous avons fait dans plusieurs Problemes de ce Chapitre, & que de ce Triangle on retranche une figure égale à la donnée par les preceptes du Chapitre précédent, le Probleme sera résolu.

Ou bien on considérera la raison de la figure donnée au Trapeze donné, & à l'aide du Probleme précédent on divisera le Trapeze donné selon cette raison.



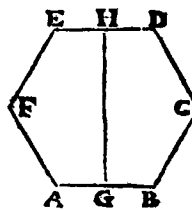
CHAPITRE III.

De la Division des Polygones.

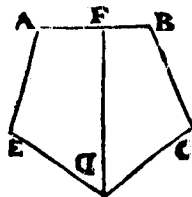
PROBLEME I.

Diviser un Polygone regulier en deux également par une Ligne tirée du milieu de l'un de ses côtez.

Remièremement si le Polygone regulier est composé d'un nombre pair de côtez, comme l'Exagone ABCDE, on divisera deux de ses côtez opposés & parallèles, comme AB, DE, chacun en deux également aux points G, H, par où l'on mènera la droite GH, qui divisera en deux parties égales l'Exagone proposé ABCDEF.



Mais si le Polygone proposé est composé d'un nombre impair de côtez comme le Pentagone ABCDE, on divisera l'un de ses côtez comme AB, en deux également au point F, par où l'on tirera à l'Angle opposé D, la droite DF, qui divisera le Pentagone proposé ABCDE, en deux parties égales.

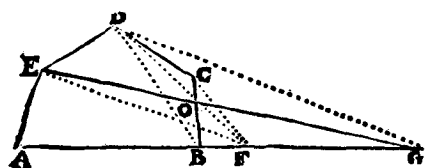


Nous ne donnons pas la démonstration de ces deux parties, parce qu'elle est évidente, car on voit aisément que chaque Polygone se trouve divisé en deux Trapezes égaux, puisque les Angles & les côtes de l'un sont égaux aux Angles & aux côtes de l'autre..

LEMME.

Reduire un Polygone proposé en Triangle.

Pour reduire en Triangle un Polygone comme par exemple le Pentagone $ABCDE$, tirez à l'une de ces Diagonales, comme à la Diagonale DB , par l'Angle voisin C , la parallèle CF , qui rencontre icy le côté opposé AB , prolongé en F , & menez la droite DF pour avoir le Trapeze $AEDF$, égal au Pentagone proposé $ABCDE$, à cause



du Triangle DOC égal au Triangle BOF , c'est pourquoy il n'y a qu'à reduire en Triangle ce Trapeze $AEDF$, ce qui se fera en tirant à sa Diagonale EF , par l'Angle D , la parallèle DG , qui rencontre icy le côté AF prolongé en G , par où vous menez la droite EG , & vous aurez le Triangle AEG , égal au Trapeze $AEDF$, ou au Pentagone proposé $ABCDE$, à cause du Triangle EOD égal au Triangle FOG .

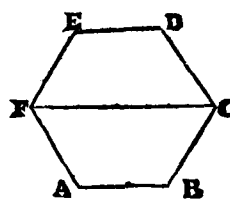
Ainsi vous voyez que l'on peut aisément reduire en Triangle

en Triangle tel Polygone que l'on voudra, parce qu'on le peut toujours réduire en une figure d'autant de côtes moins un, & cette autre figure en une autre d'autant de côtes moins un, & continuer ainsi jusques au Triangle. Comme icy de la figure de cinq côtes $ABCDE$, nous en avons fait une de quatre $AEDF$, & de celle-cy une de trois AEG .

PROBLEME II.

Diviser un Polygone regulier en deux également par une Ligne parallele à l'un de ses côtes.

Premièrement si le Polygone regulier est pair comme l'Exagone $ABCDEF$, & qu'on le veuil-



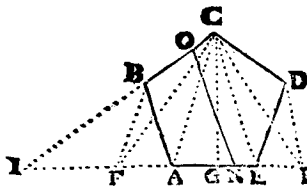
le diviser en deux également par une Ligne parallele au côté donné AB , on tirera cette Ligne par les deux Angles F, C , qui sont diametralement opposés & également éloignés du côté donné AB . La démonstration en est trop claire pour en parler icy

davantage.

Mais si le Polygone proposé est impair, comme le Pentagone $ABCDE$, on le divisera en deux également par une Ligne parallele au côté donné AB , par une metode qui convient à toute sorte de Polygones, comme vous allez voir.

Ayant reduit par le Lemme précédent, le Pen-

tagone proposé ABCDE, au Triangle FCH, comme icy par le moyen des deux Lignes BF, DH, pa-



ralleles aux deux Diagonales CA, CE, divisez la base FH en deux également au point G, & menez la droite CG, pour

avoir le Triangle FCG égal à la moitié du Triangle FCH, ou du Pentagone proposé ABCDE. Tirez ensuite par le point C, au côté donné AB une Ligne parallèle, qui se trouve icy la même que la Diagonale CE, parce que le Pentagone proposé ABCDE, est regulier. Ainsi cette parallèle donnera sur le côté AE prolongé quand il en sera besoin, le point E, & le côté BC, prolongé donnera sur le même côté AE aussi prolongé le point I. C'est pourquoy vous chercherez entre les Lignes IE, IG, une moyenne proportionnelle IN, & vous tirerez par le point N, au côté donné AB, la parallèle NO, qui divisera le Pentagone proposé ABCDE, en deux parties égales.

Demonstration.

Car à cause des Triangles semblables ICE, ION, on connoît par 19. 6. que la raison du Triangle ICE, au Triangle ION, est égale à celle du carré IE, au carré IN, & si à la place des deux quarrés IE, IN, on met les deux Lignes IE, IG, qui sont en même raison, à cause des trois proportionnelles IE, IN, IG, & encore si à la place des deux Lignes IE, IG, on met les deux Triangles ICE, ICG, qui sont en même raison

par 1. 6. on connoît que la raison du Triangle ICE, au Triangle ION, est égale à celle du Triangle ICE, au Triangle ICG & que par conséquent le Triangle ICG est égal au Triangle ION, & si de chacun on ôte le Triangle commun IBA, il restera le Trapeze ABCG, égale au Trapeze ABON, c'est à dire au Triangle FCG, ou à la moitié du Pentagone proposé ABCDE.

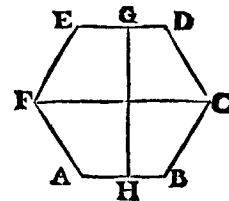
PROBLEME III.

Diviser un Polygone regulier en quatre parties égales par deux Lignes perpendiculaires entre-elles.

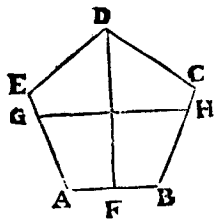
P Remièremement si le Polygone regulier est pair, comme l'Exagone ABCDEF, divisez deux de ses côtes oppozés & parallèles, comme AB, DE, chacun en deux également aux points G, H, & menez la droite GH, & le Diametre CF. Il est évident que ces deux Lignes CF, GH, sont perpendiculaires entre-elles, & qu'elles divisent l'Exagone proposé ABCDEF, en quatre parties égales.

Mais si le Polygone proposé est impair, comme le Pentagone ABCDE, divisez l'un de ses côtes, comme AB, en deux également au point F, par lequel vous tirerez à l'Angle oppozé D, la droite DF, qui sera perpendiculaire au même cô-

I ij



té AB, & divisera le Pentagone proposé ABCDE en deux parties égales.

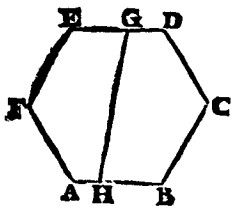


Après cela divisez par le Problème II. le même Pentagone ABCDE en deux également par la droite GH, parallèle au même côté AB, ce qui fera que cette parallèle GH sera perpendiculaire à la Ligne DE, & que ces deux perpendiculaires DF, GH, diviseront le Pentagone proposé ABCDE, en quatre parties égales.

PROBLEME IV.

Diviser un Polygone regulier en deux également, par une Ligne tirée d'un point donné sur l'un de ses côtes.

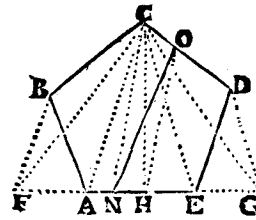
Remièrement si le Polygone regulier est pair, comme l'Exagone ABCDEF, & qu'il le faille diviser en deux également par une Ligne tirée du point donné G, sur le côté DE, prenez sur le côté parallèle AB, depuis l'Angle A opposé à l'Angle D, la Ligne AH égale à la Ligne DG, où depuis l'Angle B opposé à l'Angle E, la Ligne BH égale à la Ligne



EG, & menez la droite GH, qui divisera le Polygone proposé ABCDEF, en deux parties égales

comme il est aisé à démontrer.

Mais si le Polygone proposé est impair, comme le Pentagone ABCDE, & qu'on le veuille diviser en deux également par une Ligne tirée du point donné O, sur le côté donné CD, suivez cette regle generale pour toute sorte de Polygones.



Ayant réduit le Pentagone proposé ABCDE, au Triangle FCG, & ayant divisé sa base FG, en deux également au point H, tirez les Lignes HC, HO, & à la Ligne HO la parallèle CN, qui donnera sur la base AE, le point N, par où tirant au point donné O, la droite NO, elle divisera le Polygone proposé ABCDE, en deux parties égales.

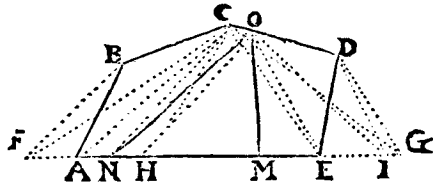
Demonstration.

Car il est évident que le Pentagone ABCON, est égal au Triangle FCH, à cause de la Ligne OH, parallèle à la Diagonale CN, & de la Ligne BF parallèle à l'autre Diagonale CA : & parce que le Triangle FCH, est la moitié du Triangle FCG, ou du Pentagone proposé ABCDE, il s'ensuit que le Pentagone ABCON est aussi la moitié du proposé ABCDE ; & qu'ainsi le Pentagone proposé ABCDE est divisé en deux également par la droite NO. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME V.

Diviser le Polygone donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point donné O. sur le côté donné CD.

A Yant réduit le Polygone proposé ABCDE au Triangle FCG, & ayant fait FH, éga-



le au tiers de FG, menez les droites HO, HC, & tirez à la droite HO, par le point C, la parallèle CN, qui donnera sur la base AE, le point N, par lequel & par le point donné O, vous menez la droite NO.

Après cela réduisez la figure NEDO au Triangle NOI, & ayant divisé la base NI, en deux également au point M, menez par ce point M, au point donné O, la droite OM, laquelle avec la précédente ON, divisera le Polygone proposé ABCDE en trois parties égales.

Démonstration.

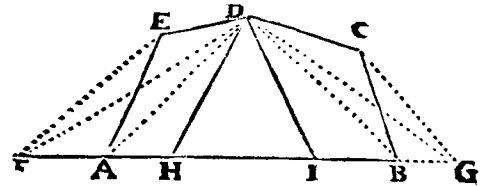
Car on démontrera comme dans le Probleme precedent, que le Pentagone ABCON est le tiers

du proposé ABCDE, & que le Triangle NOM est la moitié du Trapeze NEDO; D'où l'on conclut aisément que les deux Lignes OM, ON, divisent le Polygone proposé ABCDE, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VI.

Diviser en trois parties égales le Polygone donné ABCDE, par deux Lignes tirées de l'Angle donné D.

A Yant réduit le Polygone proposé ABCDE au Triangle F D G, divisez la base FG en



trois parties égales aux points H, I, & menez les deux Lignes DH, DI, qui diviseront le Polygone proposé ABCDE, en trois parties égales.

Démonstration.

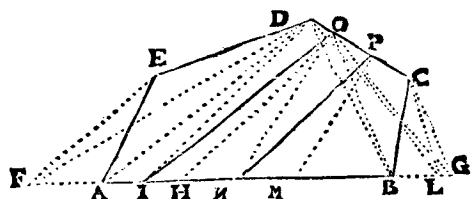
Car on démontrera comme auparavant, que le Trapeze AEDH, est le tiers du Polygone proposé ABCDE, & comme le Triangle HDI en est aussi le tiers, il s'ensuit que le Polygone proposé ABCDE se trouve divisé en trois parties égales

par les deux Lignes DH , DI . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VII.

Diviser le Polygone donné $ABCDE$, en trois parties égales, par deux Lignes tirées des deux points O , P , donnez sur le côté CD .

Ayant réduit le Polygone proposé $ABCDE$ au Triangle FDG , & ayant fait FH , éga-



le au tiers de la base FG , tirez par le point D , à la Ligne HO , la parallèle DI , & menez la droite OI . De même ayant réduit le Trapeze $IBCO$ au Triangle IOL , & ayant divisé la base IL en deux également au point M , tirez à la Ligne MP , par le point O , la parallèle ON , & menez la droite PN , & le Polygone proposé $ABCDE$, se trouvera divisé en trois parties égales par les deux Lignes ON , PM .

Démonstration.

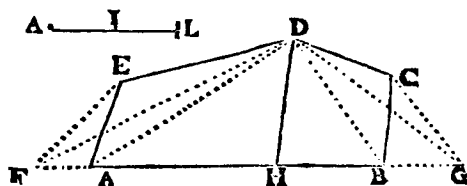
Car on démontrera comme dans le Probleme IV.

que le Pentagone $AEDOI$, est le tiers du proposé $ABCDE$, & que le Trapeze $IOPN$, est la moitié du Trapeze $IBCO$, & par conséquent égal au tiers du Polygone proposé $ABCDE$, & que par conséquent le Trapeze restant $NBCP$, est aussi le tiers du même Polygone $ABCDE$; D'où il suit que ce Polygone $ABCDE$, est divisé en trois parties égales par les deux Lignes OI , PN .

PROBLEME VIII.

Diviser le Polygone donné $ABCDE$, en deux parties dans la raison des deux Lignes données AI , IL , par une Ligne tirée de l'Angle donné D .

Ayant réduit le Polygone proposé $ABCDE$, au Triangle FDG , divisez la base FG dans



la raison donnée AI , IL , au point H , en sorte que les quatre Lignes AI , IL , FH , GH , soient proportionnelles, & menez la droite DH , qui divisera le Polygone proposé $ABCDE$, en deux parties $AEDH$, $BCDH$, proportionnelles aux deux Lignes données AI , IL .

Demonstration.

Car on connoîtra aisément que le Trapeze A E D H , est égal au Triangle F D H , & que le Trapeze B C D H , est égal au Triangle G D H , & comme les Triangles F D H , G D H , sont proportionnels aux deux Lignes F H , G H , ou aux deux données A I , I L , il s'ensuit que les deux Trapezes A E D H , B C D H , sont aussi proportionnels aux deux Lignes données A I , I L . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Les Problemes que nous omettons icy , & qui ne peuvent être d'usage , se resoudront facilement , à l'imitation des precedens. C'est pourquoy nous mettrons fin à ce Traité.

F I N.

P E R M I S S I O N .

Permis d'imprimer. Fait ce 4 Septembre 1687.

Signé, DE LA RETNIE.

A P A R I S ,

De l'Imprimerie d'ESTIENNE CHARDON. 1688.